

Câu 1. (1,5 điểm) Cho biểu thức $P = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} - \frac{2\sqrt{x} + 1}{3 - \sqrt{x}}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4, x \neq 9$.

a) Rút gọn biểu thức P .

b) Tìm tất cả số nguyên x sao cho P nhận giá trị là số nguyên.

Câu 2. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $(d): y = 2mx - 4m + 5$ (m là tham số) và parabol $(P): y = x^2$. Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho ba điểm O, A, B tạo thành tam giác vuông tại O .

Câu 3. (2,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

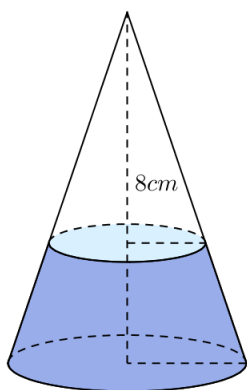
a) $2x^2 - (x - 2)\sqrt{x^2 - x + 1} = 5x - 2$.

b)
$$\begin{cases} x^3 - y^3 - 35 = 0 \\ 2x^2 + 3y^2 - 4x + 9y = 0 \end{cases}$$

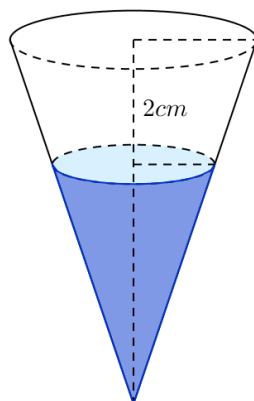
Câu 4. (2,0 điểm)

a) Tìm tất cả cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn phương trình $x^2 - 2y^2 - xy + 2x + 5y - 5 = 0$.

b) Một bình chứa nước có dạng hình nón và mực nước trong bình cách đỉnh 8 cm (minh họa như Hình 1). Khi đảo ngược bình lại thì phần không gian trống của bình có chiều cao 2 cm (minh họa như Hình 2). Tính chiều cao của bình.



Hình 1



Hình 2

Câu 5. (2,0 điểm) Cho hình bình hành $ABCD$ có $CB = CA$. Gọi M là điểm bất kỳ trên tia đối của tia BA . Đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD cắt đường thẳng MD tại điểm N (N khác D), đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN cắt đường thẳng MC tại điểm K (K khác M).

a) Chứng minh tứ giác $ABKC$ nội tiếp.

b) Gọi I là giao điểm của đường thẳng AN và đường thẳng BK . Chứng minh I luôn thuộc một đường thẳng cố định khi M thay đổi.

Câu 6. (1,5 điểm)

a) Cho bảng ô vuông có kích thước 4×4 như sau:

Mỗi ô trong bảng này được viết một số nguyên dương sao cho 16 số trên bảng đôi một khác nhau và trong mỗi hàng, mỗi cột luôn tồn tại một số bằng tổng của ba số còn lại tương ứng trong hàng, trong cột đó. Gọi M là số lớn nhất trong bảng. Tìm giá trị nhỏ nhất của M .

b) Cho a, b, c là các số thực dương không nhỏ hơn 1. Chứng minh:

$$\frac{\sqrt{ab-1}}{b+c} + \frac{\sqrt{bc-1}}{c+a} + \frac{\sqrt{ca-1}}{a+b} \leq \frac{a+b+c}{4}$$

-----HẾT-----

Ghi chú: Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Chữ ký CBCT 1: Chữ ký CBCT 2: