

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian giao đề)
Đề gồm 02 trang

Phần I: Trắc nghiệm (2 điểm)

Hãy chọn phương án trả lời đúng và viết chữ cái đứng trước phương án đó vào bài làm

Câu 1. Điều kiện để biểu thức $\frac{2024}{\sqrt{x-2025}}$ có nghĩa khi và chỉ khi

- A. $x \neq 2025$. B. $x > 2025$. C. $x \geq 2025$. D. $x \leq 2025$.

Câu 2. Đường thẳng $y = mx + 2025$ (m là tham số) song song với đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x - 3$. Khi đó m bằng

- A. $-\frac{7}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 3. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Nếu cả chiều dài và chiều rộng cùng tăng thêm 5m thì được một mảnh vườn hình chữ nhật mới có diện tích bằng 153 m^2 . Chu vi mảnh vườn hình chữ nhật ban đầu là

- A. 16m. B. 32m. C. 34m. D. 36m.

Câu 4. Phương trình nào sau đây có hai nghiệm cùng âm?

- A. $x^2 - 2x - \sqrt{2} = 0$. B. $x^2 + \sqrt{3}x + 1 = 0$. C. $x^2 + \sqrt{5}x + 1 = 0$ D. $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$

Câu 5. Cặp số nào sau đây thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} x - 3y = -1 \\ -x - 3y = 1 \end{cases}$?

- A. $(1; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(0; -1)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 6. Cho đường tròn $(O; R)$. Dây cung MN có độ dài bằng bán kính R. Cung nhỏ MN có số đo là

- A. 60° . B. 120° . C. 30° . D. 90° .

Câu 7. Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. Cho biết $CH = 6\text{cm}$ và $\widehat{C} = 30^\circ$ thì độ dài đường cao AH là

- A. $2\sqrt{3} \text{ cm}$. B. $3\sqrt{3} \text{ cm}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$.

Câu 8. Một hình nón có diện tích xung quanh bằng $20\pi \text{ cm}^2$ và độ dài đường sinh 5cm. Bán kính đáy của hình nón đó là

- A. 5cm. B. 3cm. C. 4cm. D. 6cm.

Phần II. Tự luận (8 điểm)

Bài 1: (1,5 điểm)

1. Chứng minh đẳng thức: $\sqrt{4-2\sqrt{3}} - \frac{1}{2+\sqrt{3}} - \sqrt{12} = -3$

2. Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-3\sqrt{x}+2} \right) \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4$

Bài 2: (1,5 điểm). Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = (m+1)x - 3m + 2$ (m là tham số)

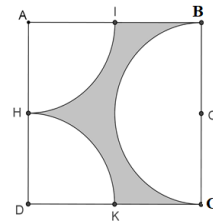
1) Tìm tọa độ của tất cả các điểm thuộc parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ có tung độ bằng 2.

2) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1 + x_2(x_2 - 1) = 2m + 1$.

Bài 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{4y}{\sqrt{x}-y} + 8 = 0 \\ (\sqrt{x}-1)(y-\sqrt{x})-2=0 \end{cases}$$

Bài 4. (3,0 điểm)

1) Một mảnh vườn hình vuông ABCD có độ dài cạnh bằng 4m (Hình 1); H, I, K, O lần lượt là trung điểm của AD, AB, CD, BC. Trên các phần đất là nửa hình tròn (O) đường kính BC; hình quạt tròn AIH và DHK người ta trồng cỏ, phần đất còn lại trồng hoa (phần tô màu ở hình 1). Tính diện tích để trồng hoa? (lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Hình 1

2) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Kẻ đường cao AD của tam giác ABC, đường kính AK của đường tròn (O). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của B, C trên AK.

a) Chứng minh tứ giác ADFC nội tiếp và $BK \parallel DF$.

b) Kẻ $OM \perp BC$ ($M \in BC$) và gọi N là trung điểm của AC. Chứng minh $MN \perp DF$ và M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF.

Bài 5. (1,0 điểm)

1) Giải phương trình: $(x+2)\sqrt{x^2-x+7} = x^2+2x+4$

2) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{2+x} + \frac{1}{2+y} + \frac{1}{2+z} \geq 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{xyz + 2024}$

..... **HẾT**

I. Phần trắc nghiệm (2 điểm)

Mỗi câu lựa chọn đúng đáp án được 0,25 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	B	C	B	C	D	A	A	C

II. Phần tự luận (8 điểm)

Bài 1. (1,5 điểm)

1) Chứng minh đẳng thức: $\sqrt{4-2\sqrt{3}} - \frac{1}{2+\sqrt{3}} - \sqrt{12} = -3$

2) Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{x-3\sqrt{x}+2} \right) \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4$

Bài 1 (1,5đ)	1) (0,5đ)	$\sqrt{4-2\sqrt{3}} - \frac{1}{2+\sqrt{3}} - \sqrt{12} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} - \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} - 2\sqrt{3}$	0,25
		$ \sqrt{3}-1 - 2 + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3} - 1 - 2 + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} = -3$ Vậy	0,25
	2) (1,0đ)	Với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4$ ta có $A = \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)} \right) \cdot \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1}$	0,25
		$= \left(\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} \right) \cdot (\sqrt{x}-1)$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}-1-\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \cdot (\sqrt{x}-1)$	0,25
		$= \frac{-2}{\sqrt{x}+1}$ KL: Vậy với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4$ thì $A = \frac{-2}{\sqrt{x}+1}$	0,25

Bài 2 (1,5đ)	1) (0,5đ)	Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = (m+1)x - 3m + 2$ (m là tham số) 1) Tìm tọa độ của tất cả các điểm thuộc parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ có tung độ bằng 2.
-------------------------	--------------	--

		Vì các điểm thuộc parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ có tung độ bằng 2 nên $y = 2$, khi đó có: $2 = \frac{1}{2}x^2$	0,25 đ
		$\Leftrightarrow 4 = x^2$ $\Leftrightarrow x = \pm 2$ Vậy tọa độ giao điểm cần tìm là $(2; 2); (-2; 2)$	0,25 đ
	2) (1,0đ)	2) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ thỏa mãn điều kiện $x_1 + x_2(x_2 - 1) = 2m + 1$.	
		Hoành độ giao điểm của (d) và (P) là nghiệm của phương trình: $\frac{1}{2}x^2 = (m+1)x - 3m + 2$ $\Leftrightarrow x^2 = 2(m+1)x - 6m + 4$ $\Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + 6m - 4 = 0 \quad (1)$	0,25 đ
		Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - (6m-4)$ $= m^2 + 2m + 1 - 6m + 4$ $= m^2 - 4m + 4 + 1$ $= (m-2)^2 + 1 > 0 \quad \forall m$ $\Rightarrow \text{phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi } m$ Khi đó, theo hệ thức Vi-et, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 & (2) \\ x_1 x_2 = 6m - 4 & (3) \end{cases}$	0,25 đ
		Từ (2) có: $x_1 = 2m + 2 - x_2 \text{ thay vào giả thiết, ta có:}$ $x_1 + x_2(x_2 - 1) = 2m + 1$ $\Leftrightarrow 2m + 2 - x_2 + x_2^2 - x_2 = 2m + 1$ $\Leftrightarrow x_2^2 - 2x_2 + 1 = 0$ $\Leftrightarrow (x_2 - 1)^2 = 0$ $\Leftrightarrow x_2 - 1 = 0$ $\Leftrightarrow x_2 = 1$	0,25 đ
		Khi đó $x_1 = 2m + 1$ thay vào (3) ta được: $(2m + 1) \cdot 1 = 6m - 4$ $\Leftrightarrow 2m - 6m = -4 - 1$ $\Leftrightarrow -4m = -5$ $\Leftrightarrow m = \frac{5}{4}$	

		KL,....	0,25 đ
--	--	---------	--------

Bài 3 (1,0 đ)	Bài 3. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \frac{4y}{\sqrt{x}-y} + 8 = 0 \\ (\sqrt{x}-1)(y-\sqrt{x}) - 2 = 0 \quad (2) \end{cases}$		
	ĐKXĐ: $x \geq 0, \sqrt{x} - y \neq 0$.		0,25 đ
	Có $\frac{4y}{\sqrt{x}-y} + 8 = 0 \Leftrightarrow 4y + 8(\sqrt{x}-y) = 0 \Leftrightarrow 8\sqrt{x} - 4y = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} - y = 0 \Leftrightarrow y = 2\sqrt{x}$		0,25 đ
	Thay vào (2) có $(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-\sqrt{x}) - 2 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)\sqrt{x} - 2 = 0$ $\Leftrightarrow x - \sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2) = 0(*)$		0,25 đ
	Với $x \geq 0$ suy ra $\sqrt{x} + 1 > 0$ nên từ (*) ta có $\sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 4$.		0,25 đ
	Từ đó tìm được $y = 4$. Nhận thấy $x = 4, y = 4$ (thỏa mãn ĐKXĐ). Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x, y) = (4; 4)$.		0,25 đ

Bài 4 (3,0 đ)	1 (1đ)	1)) Một mảnh vườn hình vuông ABCD có độ dài cạnh bằng 4m (Hình 1); H, I, K, O lần lượt là trung điểm của AD, AB, CD, BC. Trên các phần đất là nửa hình tròn (O) đường kính BC; hình quạt tròn AIH và DHK người ta trồng cỏ, phần đất còn lại trồng hoa (phần tô màu ở hình 1). Tính diện tích để trồng hoa? (lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).	
		Diện tích hình vuông ABCD là $S_1 = 4^2 = 16(m^2)$	0,25 đ
		Diện tích nửa hình tròn đường kính BC là $S_2 = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{\pi \left(\frac{4}{2}\right)^2}{2} = 2\pi(m^2)$	0,25 đ
		Diện tích 2 hình quạt AHI và DHK là $S_3 = 2 \cdot \frac{\pi R^2 90}{360} = 2 \cdot \frac{\pi \left(\frac{4}{2}\right)^2}{4} = 2\pi(m^2)$	0,25 đ
		Diện tích để trồng hoa (phần tô màu) là $S = S_1 - S_2 - S_3 = 16 - 2\pi - 2\pi \approx 3,4(m^2)$	0,25 đ
	2 (2đ)	2) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O). Kẻ đường cao AD của tam giác ABC, đường kính AK của đường tròn (O). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của B, C trên AK. a) Chứng minh tứ giác ADFC nội tiếp và $BK // DF$. b) Kẻ $OM \perp BC (M \in BC)$ và gọi N là trung điểm của AC. Chứng minh $MN \perp DF$ và M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEF.	

		Tìm được $x = -6$, kết hợp với điều kiện	
		Trả lời:....	
	2) (0,5 đ)	2) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{2+x} + \frac{1}{2+y} + \frac{1}{2+z} \geq 1$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{xyz + 2024}$	
		$\frac{1}{2+x} + \frac{1}{2+y} + \frac{1}{2+z} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{2}{2+x} + \frac{2}{2+y} + \frac{2}{2+z} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{2}{2+x} \geq \frac{y}{2+y} + \frac{z}{2+z}$ Áp dụng Cô-Si $\frac{2}{2+x} \geq \frac{y}{2+y} + \frac{z}{2+z} \geq 2\sqrt{\frac{yz}{(2+y)(2+z)}} \Rightarrow \frac{1}{2+x} \geq \sqrt{\frac{yz}{(2+y)(2+z)}}$ Tương tự $\frac{1}{2+y} \geq \sqrt{\frac{zx}{(2+z)(2+x)}}; \frac{1}{2+z} \geq \sqrt{\frac{xy}{(2+x)(2+y)}}$	0,25 đ
		Do đó $\frac{1}{(2+x)(2+y)(2+z)} \geq \frac{xyz}{(2+x)(2+y)(2+z)} \Rightarrow 1 \geq xyz \Rightarrow 2025 \geq xyz + 2024 \Rightarrow \frac{1}{xyz + 2024} \geq \frac{1}{2025}$ $\Rightarrow P \geq \frac{1}{2025}$ Giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{1}{2025}$ khi $x = y = z = 1$	0,25 đ