

Câu 1. (4,0 điểm)

a) Cho $x = \sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{9-4\sqrt{2}}$. Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 8x + 1}{x^2 + 4x - 13}$.

b) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 5$ và $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$.

Chứng minh rằng $\frac{\sqrt{c} - \sqrt{b}}{a + 2(\sqrt{bc} - 1)} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{c}}{b + 2(\sqrt{ac} - 1)} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{c + 2(\sqrt{ab} - 1)} = \frac{2}{\sqrt{b} - \sqrt{a}}$.

Câu 2. (3,0 điểm)

a) Tìm tất cả các cặp số tự nhiên $(x; y)$ thỏa mãn $3^x(9^y + 1 - 2^y) - 9^y(1 + 2^y) + 4^y = 1$.

b) Cho a, b là hai số nguyên dương sao cho $p = a^2 + b^2$ là số nguyên tố và $p - 5$ chia hết cho 8. Xét x, y là hai số nguyên sao cho $ax^2 - by^2$ chia hết cho p . Chứng minh rằng x, y cùng chia hết cho p .

Câu 3. (4,0 điểm)

a) Giải phương trình $\sqrt{10x - 5} + \sqrt{5x^2 + 5} = 3\sqrt{x^2 + 2x}$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 - 2y^3 + xy^2 + x^2 + 2y^2 + xy = 0 \\ (x+1)\sqrt{y+1} + (x+6)\sqrt{y+6} = x^2 - 5x + 12y. \end{cases}$$

Câu 4. (7,0 điểm) Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) , (với A, B là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OM và AB . Kẻ đường kính BD của đường tròn (O) . Đường thẳng MD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là C . Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt MA, MB lần lượt tại E, F .

a) Chứng minh $\widehat{OCD} = \widehat{OHD}$ và $(ME + MF + EF)^2 = 4MH \cdot MO$.

b) Gọi G là giao điểm của đường thẳng OE và AD . Chứng minh tứ giác $OAGH$ là hình bình hành.

c) Chứng minh các đường thẳng CD, HG, AF đồng quy.

Câu 5. (2,0 điểm)

a) Xét a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 14(a^2 + b^2 + c^2) + \frac{ab + bc + ca}{a^2b + b^2c + c^2a}.$$

b) Trên một đường tròn cho 26 điểm phân biệt. Mỗi điểm đó được tô bởi một trong 5 màu: trắng, xanh, đỏ, tím, vàng. Giữa mỗi cặp điểm nối với nhau bằng một đoạn thẳng được tô bởi một trong 2 màu: nâu hoặc đen. Chứng minh rằng luôn tồn tại một tam giác có ba đỉnh được tô cùng một màu (trắng, xanh, đỏ, tím hoặc vàng) và ba cạnh cũng được tô cùng một màu (nâu hoặc đen).

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NAM ĐỊNH**

**ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC 2023 - 2024**

Môn: Toán – Lớp: 9 THCS
Đáp án và hướng dẫn chấm gồm: 07 trang.

Câu	Đáp án	Điểm
1.a (2,0 điểm)	Cho $x = \sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{9-4\sqrt{2}}$. Tính giá trị của biểu thức $T = \frac{x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 8x + 1}{x^2 + 4x - 13}$.	(2,0)
	Ta có $x = \sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{9-4\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} + \sqrt{(2\sqrt{2}-1)^2}$ $= 3\sqrt{2} - 2$. $\Rightarrow x + 2 = 3\sqrt{2}$.	0,5
	Khi đó $(x+2)^2 = 18 \Rightarrow x^2 + 4x - 14 = 0$.	0,5
	Do đó $T = \frac{x^4 + 4x^3 - 12x^2 + 8x + 1}{x^2 + 4x - 13} = \frac{x^2(x^2 + 4x - 14) + 2(x^2 + 4x) + 1}{x^2 + 4x - 13}$.	0,5
	Do đó $T = 29$.	0,5
1.b (2,0 điểm)	Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 5$ và $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$. Chứng minh rằng $\frac{\sqrt{c}-\sqrt{b}}{a+2(\sqrt{bc}-1)} + \frac{\sqrt{a}-\sqrt{c}}{b+2(\sqrt{ac}-1)} + \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{c+2(\sqrt{ab}-1)} = \frac{2}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}$.	(2,0)
	Vì $a + b + c = 5$ và $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 3$ nên $\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca} = 2$.	0,5
	Ta có $a + 2(\sqrt{bc}-1) = a + 2\sqrt{bc} - 2 = a + 2\sqrt{bc} - \sqrt{ab} - \sqrt{bc} - \sqrt{ca} = (\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{c})$. Suy ra $\frac{\sqrt{c}-\sqrt{b}}{a+2(\sqrt{bc}-1)} = \frac{\sqrt{c}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{c})}$.	0,5
	Chứng minh tương tự $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{c}}{b+2(\sqrt{ac}-1)} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{c}}{(\sqrt{b}-\sqrt{c})(\sqrt{b}-\sqrt{a})}$. $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{c+2(\sqrt{ab}-1)} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{c}-\sqrt{a})(\sqrt{c}-\sqrt{b})}$.	0,5
	Do đó $\frac{\sqrt{c}-\sqrt{b}}{a+2(\sqrt{bc}-1)} + \frac{\sqrt{a}-\sqrt{c}}{b+2(\sqrt{ac}-1)} + \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{c+2(\sqrt{ab}-1)}$ $= \frac{\sqrt{c}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{c})} + \frac{\sqrt{a}-\sqrt{c}}{(\sqrt{b}-\sqrt{c})(\sqrt{b}-\sqrt{a})} + \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{c}-\sqrt{a})(\sqrt{c}-\sqrt{b})}$ $= \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{c}} - \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{b}-\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} + \frac{1}{\sqrt{c}-\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{c}-\sqrt{b}}$ $= \frac{2}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}$.	0,5
2.a (1,5 điểm)	Tìm tất cả các cặp số tự nhiên $(x; y)$ thỏa mãn $3^x(9^x + 1 - 2^y) - 9^x(1 + 2^y) + 4^y = 1$.	(1,5)
	Ta có $3^x(9^x + 1 - 2^y) - 9^x(1 + 2^y) + 4^y = 1$ $\Leftrightarrow 3^x(9^x + 1 - 2^y) - 9^x(1 + 2^y) + 4^y - 1 = 0$	0,25

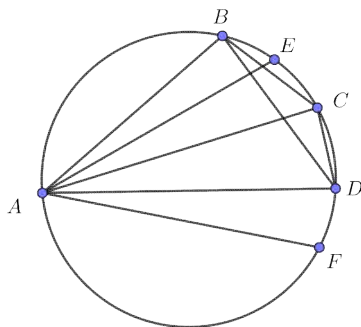
	$\Leftrightarrow 3^x(9^x + 1 - 2^y) - 9^x(1 + 2^y) + (2^y - 1)(2^y + 1) = 0$ $\Leftrightarrow 3^x(9^x + 1 - 2^y) - (1 + 2^y)(9^x + 1 - 2^y) = 0$	
	$\Leftrightarrow (9^x + 1 - 2^y)(3^x - 1 - 2^y) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x - 1 - 2^y = 0 \\ 9^x + 1 - 2^y = 0. \end{cases}$	0,25
	Trường hợp 1: $9^x + 1 - 2^y = 0 \Rightarrow 9^x + 1 = 2^y$. Ta có $9^x \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 9^x + 1 \equiv 2 \pmod{4} \Rightarrow 2^y \equiv 2 \pmod{4}$.	0,25
	Với $y \geq 2 \Rightarrow 2^y \equiv 0 \pmod{4} \Rightarrow y \leq 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow 9^x + 1 = 2^1 \Rightarrow 9^x = 1 \Rightarrow x = 0$. Ta có $(x; y) = (0; 1)$.	0,25
	Trường hợp 2: $3^x - 1 - 2^y = 0 \Rightarrow 3^x = 1 + 2^y$. Với $x = 0 \Rightarrow 2^y + 1 = 1 \Rightarrow 2^y = 0$ (mâu thuẫn). Với $x = 1 \Rightarrow 2^y + 1 = 3 \Rightarrow 2^y = 2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (x; y) = (1; 1)$. Với $x = 2 \Rightarrow 2^y + 1 = 9 \Rightarrow 2^y = 8 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow (x; y) = (2; 3)$.	0,25
	Với $x \geq 3$ Nếu x lẻ ta có $3^x = 3^{2k+1} = 9^k \cdot 3 \equiv 3 \pmod{4}$ do đó $2^y \equiv 2 \pmod{4}$ loại vì $y \geq 2 \Rightarrow 2^y \equiv 0 \pmod{4}$ ($k \in \mathbb{N}, k \geq 1$). Nếu x chẵn $\Rightarrow x = 2m$ ($m \in \mathbb{N}, m \geq 2$) $\Rightarrow 3^{2m} = 2^y + 1 \Rightarrow (3^m - 1)(3^m + 1) = 2^y$ $\Rightarrow \begin{cases} 3^m - 1 = 2^p \\ 3^m + 1 = 2^q \\ p + q = y > 3. \\ p, q \in \mathbb{N}^* \\ p < q \end{cases}$ $\Rightarrow 2^q - 2^p = 2 \Rightarrow 2^p(2^{q-p} - 1) = 2 \Rightarrow \begin{cases} 2^p = 2 \\ 2^{q-p} - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 1 \\ q - p = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 1 \\ q = 2 \end{cases} \text{ (mâu thuẫn).}$ Do vậy tất cả các cặp số tự nhiên $(x; y)$ thỏa mãn đề bài là $(0; 1); (1; 1); (2; 3)$.	0,25
2.b (1,5 điểm)	Cho a, b là hai số nguyên dương sao cho $p = a^2 + b^2$ là số nguyên tố và $p - 5$ chia hết cho 8. Xét x, y là hai số nguyên sao cho $ax^2 - by^2$ chia hết cho p. Chứng minh x, y cùng chia hết cho p.	(1,5)
	Ta có $p - 5 \div 8$ suy ra $p = 8k + 5$ ($k \in \mathbb{N}$).	0,25
	Vì $(ax^2)^{4k+2} - (by^2)^{4k+2} \div (ax^2 - by^2) \div p$ nên $a^{4k+2} \cdot x^{8k+4} - b^{4k+2} \cdot y^{8k+4} \div p$	0,25
	Ta có $a^{4k+2} \cdot x^{8k+4} - b^{4k+2} \cdot y^{8k+4} = (a^{4k+2} + b^{4k+2})x^{8k+4} - b^{4k+2}(x^{8k+4} + y^{8k+4})$.	0,25
	Do $a^{4k+2} + b^{4k+2} = (a^2)^{2k+1} + (b^2)^{2k+1} \div (a^2 + b^2) = p$ và $b < p$ nên $x^{8k+4} + y^{8k+4} \div p$ (1)	0,25
	Nếu trong hai số x, y có một số chia hết cho p thì từ (1) suy ra số thứ hai cũng chia hết cho p .	0,25

	Nếu cả hai số x, y đều không chia hết cho p thì theo định lí Fermat ta có $x^{8k+4} = x^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}, \quad y^{8k+4} = y^{p-1} \equiv 1 \pmod{p} \Rightarrow x^{8k+4} + y^{8k+4} \equiv 2 \pmod{p} \text{ (Mâu thuẫn với (1))}$ Vậy cả hai số x và y chia hết cho p.	0,25
3.a (2,0 điểm)	Giải phương trình $\sqrt{10x-5} + \sqrt{5x^2+5} = 3\sqrt{x^2+2x}$.	(2,0)
	Điều kiện $x \geq \frac{1}{2}$. $\sqrt{10x-5} + \sqrt{5x^2+5} = 3\sqrt{x^2+2x}$ $\Leftrightarrow \sqrt{5}(\sqrt{2x-1} + \sqrt{x^2+1}) = 3\sqrt{x^2+2x}$ Đặt $a = \sqrt{2x-1}, b = \sqrt{x^2+1}$ ($a \geq 0, b > 0$) $\Rightarrow a^2 + b^2 = x^2 + 2x$. Phương trình trở thành $\sqrt{5}(a+b) = 3\sqrt{a^2+b^2} \Rightarrow 5(a+b)^2 = 9(a^2+b^2)$.	0,5
	$\Leftrightarrow 2a^2 - 5ab + 2b^2 = 0 \Leftrightarrow (2a-b)(a-2b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a=b \\ a=2b \end{cases}$	0,5
	Trường hợp 1: $2a=b \Leftrightarrow 2\sqrt{2x-1} = \sqrt{x^2+1} \Leftrightarrow 4(2x-1) = x^2+1$ $\Leftrightarrow x^2 - 8x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \pm \sqrt{11} \text{ (thỏa mãn)}.$	0,5
	Trường hợp 2: $a=2b \Leftrightarrow \sqrt{2x-1} = 2\sqrt{x^2+1} \Leftrightarrow 2x-1 = 4(x^2+1)$ $\Leftrightarrow 4x^2 - 2x + 5 = 0 \text{ (phương trình vô nghiệm)}.$ Vậy phương trình có nghiệm $x = 4 + \sqrt{11}, x = 4 - \sqrt{11}$.	0,5
3.b (2,0 điểm)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 2y^3 + xy^2 + x^2 + 2y^2 + xy = 0 \\ (x+1)\sqrt{y+1} + (x+6)\sqrt{y+6} = x^2 - 5x + 12y \end{cases}$	(2,0)
	Điều kiện $y \geq -1$.	0,25
	Ta có $x^3 - 2y^3 + xy^2 + x^2 + 2y^2 + xy = 0$ $\Leftrightarrow (x+1-y)(x^2 + xy + 2y^2) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1-y=0 \\ x^2 + xy + 2y^2 = 0 \end{cases}$	0,25
	Trường hợp 1: $x^2 + xy + 2y^2 = 0$. Chỉ ra $x=0; y=0$ không thỏa mãn hệ.	0,25
	Trường hợp 2: $y = x+1$ Khi đó ta có $(x+1)\sqrt{x+2} + (x+6)\sqrt{x+7} = x^2 + 7x + 12$, với $x \geq -2$.	0,25
	$\Leftrightarrow (x+1)(\sqrt{x+2}-2) + (x+6)(\sqrt{x+7}-3) = x^2 + 2x - 8$ $\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-2)}{\sqrt{x+2}+2} + \frac{(x+6)(x-2)}{\sqrt{x+7}+3} = (x-2)(x+4)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ \frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2} + \frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3} = x+4 \end{cases}$	0,5
	Giải phương trình $\frac{x+1}{\sqrt{x+2}+2} + \frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3} = x+4$. (*)	0,5

	$\Leftrightarrow \frac{x+2}{\sqrt{x+2}+2} - \frac{x+2}{2} + \frac{x+6}{\sqrt{x+7}+3} - \frac{x+6}{2} - \frac{1}{\sqrt{x+2}+2} = 0$ $\Leftrightarrow \frac{-(x+2)\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}+4} - \frac{(x+6)(1+\sqrt{x+7})}{2\sqrt{x+7}+6} - \frac{1}{\sqrt{x+2}+2} = 0.$ Ta có $\frac{-(x+2)\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}+4} - \frac{(x+6)(1+\sqrt{x+7})}{2\sqrt{x+7}+6} - \frac{1}{\sqrt{x+2}+2} < 0$ với mọi $x \geq -2$. Suy ra phương trình (*) vô nghiệm. Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$.	
4	Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O), kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O), (với A, B là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OM và AB. Kẻ đường kính BD của (O). Đường thẳng MD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là C. Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt MA, MB lần lượt tại E, F. Gọi G là giao điểm của đường thẳng OE và AD. a) Chứng minh $\widehat{OCD} = \widehat{OHD}$ và $(ME + MF + EF)^2 = 4MH.MO$. b) Chứng minh tứ giác $OAGH$ là hình bình hành. c) Chứng minh các đường thẳng CD, HG, AF đồng quy.	(7,0)
4.a (2,5 điểm)	Chứng minh $\widehat{OCD} = \widehat{OHD}$ và $(ME + MF + EF)^2 = 4MH.MO$. Trong (O) có $\widehat{MAC} = \widehat{ADC}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung chắn $\widehat{AC}$). Xét $\triangle MAC$ và $\triangle MDA$ có $\widehat{MAC} = \widehat{MDA}$ và chung $\widehat{AMC} \Rightarrow \triangle MAC$ và $\triangle MDA$ đồng dạng. $\Rightarrow \frac{MC}{MA} = \frac{MA}{MD} \Rightarrow MA^2 = MC.MD.$ (1) Do MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $MA = MB$. (2) $OA = OB = R.$ (3) Từ (2) và (3) ta suy ra MO là trung trực của AB nên $MO \perp AB$. Xét $\triangle MAO$ có AH là đường cao. $\Rightarrow MA^2 = MH.MO$ (4) Từ (1) và (4) ta suy ra $MC.MD = MH.MO$. Vì $MC.MD = MH.MO \Rightarrow \frac{MC}{MO} = \frac{MH}{MD}.$	(2,5) 0,5 0,25 0,25 0,25

	Xét $\triangle MCO$ và $\triangle MHD$ có $\frac{MC}{MO} = \frac{MH}{MD}$ và $\widehat{CMO}$ chung Nên $\triangle MCO$ và $\triangle MHD$ đồng dạng. $\Rightarrow \widehat{MCO} = \widehat{MHD} \Rightarrow \widehat{OCD} = \widehat{OHD}$.	0,5
	Ta có MA, MB là hai tiếp tuyến cắt nhau của đường tròn (O) . Suy ra $MA = MB$. Tương tự ta có $EA = EC; FB = FC$.	0,25
	Khi đó $MA + MB = (ME + EA) + (MF + FB) = ME + EC + MF + FC$ $= ME + MF + EF$. $\Rightarrow MA = MB = \frac{ME + MF + EF}{2}$.	0,25
	Trong tam giác vuông MAO có AH là đường cao nên $MA^2 = MH.MO$. Suy ra $(ME + MF + EF)^2 = 4MO.MH$.	0,25
4.b (2,5 điểm)	Chứng minh tứ giác $OAGH$ là hình bình hành.	(2,5)
	Gọi I là giao của GO và AH . Chứng minh $AG \parallel HO$ (do cùng vuông góc với AB).	0,25
	Ta có $\widehat{IOA} = \frac{1}{2}\widehat{AOC}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).	0,25
	Lại có $\frac{1}{2}\widehat{AOC} = \widehat{ADC}$ (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn cung $\widehat{AC}$) Do $GD \parallel OM$ nên $\widehat{ADC} = \widehat{DMO}$ (cặp góc ở vị trí so le trong). Nên $\widehat{IOA} = \widehat{DMO}$.	0,25
	Ta có $\widehat{HIO} = \widehat{IAO} + \widehat{IOA}$ (tính chất góc ngoài tam giác). $= \widehat{AMO} + \widehat{DMO} = \widehat{OMB} + \widehat{DMO} = \widehat{DMB}$. ($\widehat{IAO} = \widehat{AMO}$ do cùng phụ với góc $\widehat{MAH}$)	0,25
	Do đó $\triangle IHO$ và $\triangle MBD$ đồng dạng $\Rightarrow \frac{HI}{HO} = \frac{MB}{BD}$. (5)	0,25
	$\triangle AHO$ và $\triangle MBO$ đồng dạng $\Rightarrow \frac{HA}{HO} = \frac{MB}{BO}$.	0,25
	Mà $\frac{MB}{BO} = \frac{2MB}{BD} \Rightarrow \frac{HA}{HO} = \frac{2MB}{BD}$. (6)	0,25
	Từ (5) và (6) suy ra $AH = 2IH \Rightarrow IH = IA$.	0,25
	Ta có $AG \parallel HO$ (do cùng vuông góc với AB).	0,25
	$\Rightarrow \frac{GI}{IO} = \frac{AI}{IH} = 1 \Rightarrow IG = IO$. Do AH và GO cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường nên tứ giác $OAGH$ là hình bình hành.	0,25
4.c (2,0 điểm)	Chứng minh các đường thẳng CD, HG, AF đồng quy.	(2,0)
	Gọi N là giao của HG và CD . Chứng minh $OF \parallel MD$ (do cùng vuông góc với BC). $\Rightarrow \frac{MF}{FB} = \frac{DO}{BO} = 1 \Rightarrow MF = FB$.	0,25
	Ta có HO là đường trung bình của tam giác ABD nên $AD = 2HO$. $\Rightarrow AD = 2AG \Rightarrow GD = \frac{3}{2}AD$.	0,25
	Gọi K là giao điểm của MH và AF . Chứng minh K trọng tâm tam giác AMB .	0,25

	Suy ra $MH = \frac{3}{2}KM$ nên $\frac{GD}{MH} = \frac{AD}{KM}$. (7)	0,25
	Do $GD // OM$. Suy ra $\frac{ND}{NM} = \frac{GD}{MH}$. (8)	0,25
	Từ (7) và (8) ta có $\frac{ND}{NM} = \frac{AD}{KM}$.	
	Xét tam giác $\triangle ADN$ và $\triangle KMN$ có $\frac{ND}{NM} = \frac{AD}{KM}$ và $\widehat{ADN} = \widehat{KMN}$. Suy $\triangle ADN$ và $\triangle KMN$ đồng dạng.	0,5
	$\Rightarrow \widehat{AND} = \widehat{KNM}$ mà M, N, D thẳng hàng suy ra A, K, N thẳng hàng. Do đó A, N, F thẳng hàng.	0,25
5.a (1,0 điểm)	Xét a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 14(a^2 + b^2 + c^2) + \frac{ab + bc + ca}{a^2b + b^2c + c^2a}$.	(1,0)
	Do $a + b + c = 1$ nên $ab + bc + ca = \frac{1 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2}$. Lại có $a^2 + b^2 + c^2 = (a^2 + b^2 + c^2)(a + b + c)$ $= a^3 + a^2b + a^2c + b^3 + b^2a + b^2c + c^3 + c^2a + c^2b$.	0,25
	Theo bất đẳng thức Cauchy ta có $a^3 + ab^2 \geq 2a^2b$; $b^3 + bc^2 \geq 2b^2c$; $c^3 + a^2c \geq 2c^2a$; $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3(a^2b + b^2c + c^2a)$ Suy ra $\frac{1}{a^2b + b^2c + c^2a} \geq \frac{3}{a^2 + b^2 + c^2}$.	0,25
	Khi đó $P \geq 14(a^2 + b^2 + c^2) + \frac{3 - 3(a^2 + b^2 + c^2)}{2(a^2 + b^2 + c^2)}$. Đặt $t = a^2 + b^2 + c^2$. Điều kiện $t \geq \frac{1}{3}$.	0,25
	Ta có $P \geq 14t + \frac{3 - 3t}{2t} = \frac{27t}{2} + \frac{3}{2t} + \frac{t}{2} - \frac{3}{2}$. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $\frac{27t}{2} + \frac{3}{2t} \geq 2\sqrt{\frac{27t}{2} \cdot \frac{3}{2t}} = 9$. Mặt khác $\frac{t}{2} - \frac{3}{2} \geq \frac{1}{6} - \frac{3}{2} = -\frac{4}{3}$. Suy ra $P \geq 9 - \frac{4}{3} = \frac{23}{3}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{23}{3}$ khi $a = b = c = \frac{1}{3}$.	0,25
5.b (1,0 điểm)	Trên một đường tròn cho 26 điểm phân biệt. Mỗi một điểm được tô bởi một trong 5 màu trắng, xanh, đỏ, tím, vàng. Giữa mỗi cặp điểm nối với nhau bằng một đoạn thẳng được tô bởi một trong 2 màu: nâu hoặc đen. Chứng minh rằng luôn tồn tại một tam giác có ba đỉnh được tô cùng một màu (trắng, xanh, đỏ, tím hoặc vàng) và ba cạnh cũng được tô cùng một màu (nâu hoặc đen).	(1,0)



Vì các điểm phân biệt nằm trên một đường tròn nên ba điểm bất kỳ luôn tạo thành một tam giác.

0,25

Có 26 điểm được tô bằng 5 màu, do đó có ít nhất 6 điểm cùng màu. Giả sử có 6 điểm cùng màu đỏ là A, B, C, D, E, F .

Nối 5 đoạn AB, AC, AD, AE, AF và tô bằng 2 màu nâu, đen và khi đó có ít nhất 3 đoạn cùng màu, giả sử AB, AC, AD được tô cùng màu đen. Xét tam giác BCD , xảy ra hai trường hợp:

0,25

Trường hợp 1: Nếu ba cạnh BC, BD, DC được tô cùng màu nâu thì tam giác BCD có ba đỉnh cùng màu đỏ, ba cạnh cùng màu nâu (thỏa mãn).

0,25

Trường hợp 2: Nếu ba cạnh BC, BD, DC có ít nhất một cạnh màu đen, giả sử BC đen, khi đó tam giác ABC có ba đỉnh cùng màu đỏ, ba cạnh cùng màu đen (thỏa mãn).

0,25

Vậy luôn có một tam giác có ba đỉnh cùng màu và ba cạnh cùng màu.

Chú ý:

- Nếu thí sinh làm đúng mà cách giải khác với đáp án và phù hợp kiến thức của chương trình THCS thì tổ chấm thống nhất cho điểm thành phần đảm bảo tổng điểm như hướng dẫn quy định.
- Tổng điểm toàn bài không làm tròn.

-----Hết-----