

Ngày khảo sát: 30/12/2023

Bài 1 (4 điểm) Phân tích các đa thức sau thành nhân tử.

1. $A = x^3y - 12xy - x^2y$

2. $B = 4x^2 - 3y^2 - 4xy - 2x + 3y$

3. $C = (x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - 120$

4. $D = x^5 - x^4 + x^2 - 1$

Bài 2 (4 điểm)1/) Đa thức $f(x)$ chia cho $(x + 1)$ dư 2, chia cho $(x - 2)$ dư 5, chia cho $(x + 1)(x - 2)$ thì thương là $5x^2 - 1$ và còn dư. Tính $f(4)$.2/ Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $x^3 - x^2y + 3x - 2y - 5 = 0$ **Bài 3 (4 điểm)**1/ Cho a, b là các số nguyên chứng minh rằng $A = 4a(a + b)(a + 1)(a + b + 1) + b^2$ là một số chính phương.2/ Cho x, y thỏa mãn: $2x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{y^2}{4} = 4$ ($x \neq 0$)Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = xy$.**Bài 4 (4 điểm).**Cho tam giác ABC vuông tại A , kẻ phân giác trong AD ($D \in BC$), gọi M, N lần lượt là hình chiếu của D trên AB và AC . BN cắt DM tại E , CM cắt DN tại F , gọi K là giao điểm của BN và CM .a/ Tứ giác $AMDN$ là hình gì vì sao?b/ Chứng minh: $\frac{1}{AB} + \frac{1}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{AD}$ c/ Chứng minh: $AK \perp BC$ **Bài 5 (2 điểm).**Cho ΔABC , có $AB + AC = 2.BC$. Gọi I là giao điểm ba đường phân giác trong, G là trọng tâm của ΔABC (I khác G). Chứng minh rằng $IG \parallel BC$.**Bài 6 (2 điểm)** Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn:

$$\frac{(a^2 + bc)(b + c)}{a(b^2 + c^2)} + \frac{(b^2 + ca)(c + a)}{b(c^2 + a^2)} + \frac{(c^2 + ab)(a + b)}{c(a^2 + b^2)} = 6$$

Chứng minh rằng: $a = b = c$