

Câu 1 (4,5 điểm). Tính giá trị các biểu thức sau:

a) $A = \left[(2 + 2\frac{1}{3}) \cdot 0,75 \right] \left[3\frac{1}{2} - 0,5 : \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) \right]$

b) $C = 2^3 + 4^3 + 6^3 + \dots + 20^3$. Biết rằng: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = 3025$.

c) $M = x^3 + x^2y - 2x^2 - xy - y^2 + 3y + x + 2022$. Biết $x + y - 2 = 0$

Câu 2 (4,5 điểm).

a) Tìm $x; y$ biết: $\frac{7-x}{13+y} = \frac{7}{13}$ và $x+y=2022$.

b) Tìm x , biết: $|x^2 + |x-2|| = x^2 + 5$.

c) Chứng minh không tồn tại số chính phương dạng $\overline{2022ab}$ với $a; b \in N$, $0 \leq a; b \leq 9$.

Câu 3 (3,5 điểm).

a) Cho đa thức: $f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ thỏa mãn $4a + b = 0$.

Chứng minh rằng $f(-3).f(7)$ không thể là số âm.

b) Biết $\frac{bz-cy}{a} = \frac{cx-az}{b} = \frac{ay-bx}{c}$. Chứng minh $\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$.

Câu 4 (6,0 điểm). Cho tam giác ABC cân tại A . Trên cạnh BC lấy điểm D (D khác B, C). Trên tia đối của tia CB , lấy điểm E sao cho $CE = BD$. Đường vuông góc với BC kẻ từ D cắt BA tại M . Đường vuông góc với BC kẻ từ E cắt tia AC tại N . MN cắt BC tại I .

a) Chứng minh $\Delta DBM = \Delta ECN$, từ đó chứng minh $MI = NI$.

b) Chứng minh rằng: $BC < MN$.

c) Gọi O là giao của đường phân giác góc A và đường thẳng vuông góc với MN tại I . Chứng minh rằng: O là điểm cố định khi điểm D di chuyển.

Câu 5 (1,5 điểm). Cho 3 số a, b, c thỏa mãn $0 \leq a \leq b+1 \leq c+2$ và $a+b+c=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của c .

.....*Hết*.....