

ĐỀ THI GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG

NĂM HỌC 2022 – 2023

Môn: Toán – Lớp 8

Thời gian làm bài: **120 phút** (không kể thời gian giao đề)

(Đề thi có 13 câu, gồm 01 trang)

I. PHẦN ĐIỀN KẾT QUẢ (Thí sinh chỉ cần ghi kết quả vào tờ giấy thi)

Câu 1. Xác định a, b, c biết: $ax^2 + x + c = (x - 5)(2x + b)$

Câu 2. Giải phương trình : $(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 1) = 6$

Câu 3. Tìm các số nguyên n để $B = n^2 - 4n + 15$ là số chính phương

Câu 4. Tìm các số nguyên x, y biết: $5x - 3y = 2xy - 11$

Câu 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = (x + 1)(x - 2)(x - 3)(x - 6)$

Câu 6. Cho hình thang vuông ABCD ($\widehat{A} = \widehat{D} = 90^\circ$), có $DC = 2AB = BC$. Tính số đo góc $\widehat{ABC}$.

Câu 7. Có 8 đội bóng được vào chung kết giải bóng chuyền học sinh THCS của huyện Can Lộc năm 2023. Hỏi nếu tổ chức thi đấu vòng tròn một lượt (2 đội bất kỳ chỉ gặp nhau 1 trận) để tính điểm thì có tất cả bao nhiêu trận đấu?

Câu 8. Cho $a^6 + b^6 = 3a^2b^2 - 1$. Tính $A = a^2 + b^2$.

Câu 9. Cho tam giác ABC có M là trung điểm của AC. AD, BM, CE đồng quy tại K (D thuộc BC, E thuộc AB, và K nằm trong tam giác ABC. Biết diện tích tam giác AKE bằng 10 cm^2

, diện tích tam giác BKE bằng 20 cm^2 . Tính diện tích tam giác ABC

Câu 10. Cho điểm O nằm trong tam giác ABC, các tia AO, BO, CO cắt các cạnh BC, CA, AB của tam giác theo thứ tự tại D, E, F. Tìm vị trí điểm O để $p = \frac{OA}{OD} + \frac{OB}{OE} + \frac{OC}{OF}$ có giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị nhỏ nhất đó?

II. PHẦN TỰ LUẬN (Thí sinh trình bày lời giải vào tờ giấy thi)

Câu 11. Giải phương trình: $(x^2 - 9) = 12x + 1$

Câu 12. Cho hình vuông ABCD. Gọi I là một điểm bất kì trên cạnh AB (I khác A, I khác B), Tia CB cắt tia DI tại E. Đường thẳng CI cắt AE tại M, Trên tia đối của tia AB lấy N sao cho $AN = BE$

a) Chứng minh: I là trực tâm của tam giác NCE

b) Chứng minh: $BM \perp DE$

Câu 13. Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn: $a + b + c = 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P = \frac{a}{b^2 + 1} + \frac{b}{c^2 + 1} + \frac{c}{a^2 + 1}$

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Lưu ý: Thí sinh không được sử dụng máy tính casio.

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 8

I. Trắc nghiệm. (mỗi câu đúng 1 đ)

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5
$a = 2; b = 11; c = -55$	$x = -1, x = 3$	$n = 7, n = -3$	$(x; y) = (2; 3), (-5; 2), (-1; 6), (-2; -1)$	$A_{\min} = -36$
Câu 6	Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10
$\widehat{ABC} = 120^\circ$	28 trận	$A = 2$	75 cm^2	O là trọng tâm. $P_{\min} = 6$

Hướng dẫn giải :

Câu 1 : khai triển về phải được: $2x^2 + (b-10)x - 5b = ax^2 + x + c$ suy ra kq

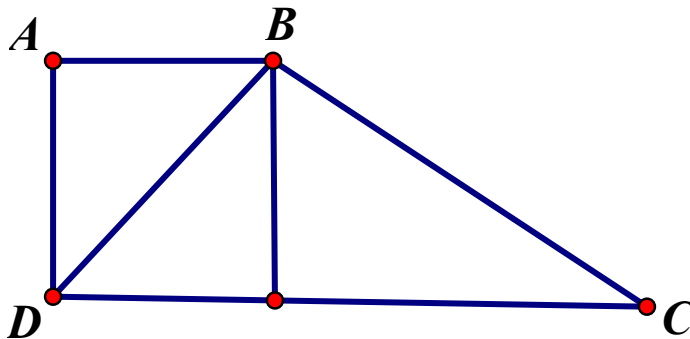
Câu 2: $x^2 - 2x = y \Rightarrow y(y-1) = 6 \Rightarrow y^2 - y - 6 = 0$
 $\Rightarrow y = -3, y = 2 \Rightarrow x = 1, x = 3$

Câu 3: ta có: $(n-2)^2 + 11 = k^2 \Rightarrow (k+n-2)(k-n+2) = 11$ suy ra $n=7, n=-3$

Câu 4: $5x+11=y(2x+3) \Rightarrow 5x+11:2x+3$ suy ra $x=2, x=-2, x=-5, x=-1$ suy ra kết quả

Câu 5: $A = (x^2 - 5x - 6)(x^2 - 5x + 6) = (x^2 - 5x)^2 - 36 \geq 36$

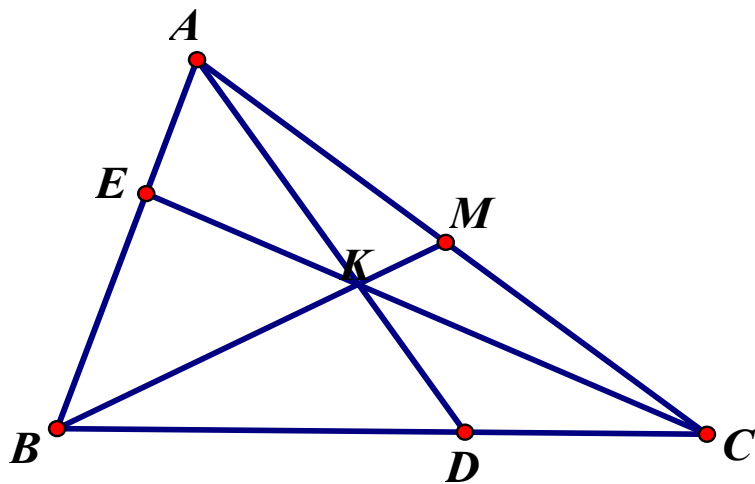
Câu 6: ta giác BDC có đường cao đồng thời là trung tuyến nên cân tại B, theo gt tam giác này cân tại C nên tam giác DBC là tam giác đều suy ra kq



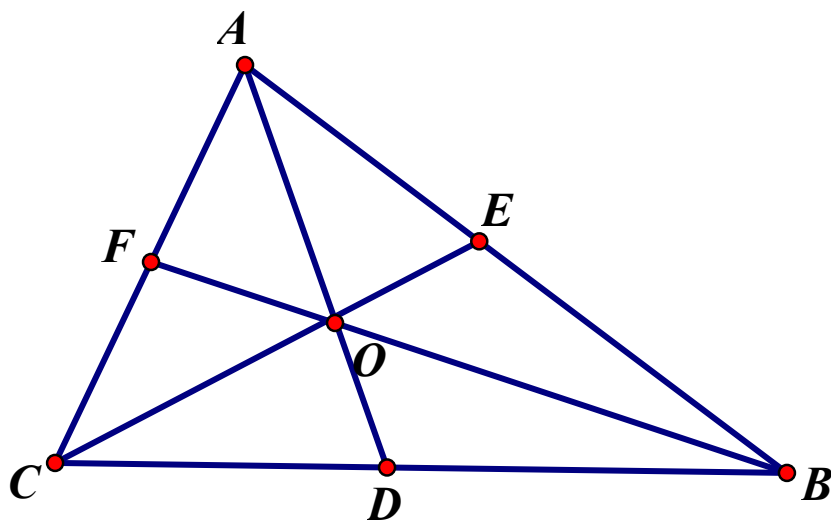
Câu 7: số trận là $8.7:2 = 28$ trận đấu

Câu 8: từ GT có $(a^2)^3 + (b^2)^3 + 1 = 3a^2b^2.1 \Rightarrow a^2 = b^2 = 1$ không xảy ra khả năng $a^2 + b^2 + 1 = 0$

Câu 9: $\frac{AE}{BE} = \frac{SAKE}{SBKE} = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{ABC} = 3/2 S_{BEC}$ lại có $AM=CM$, Suy ra $SAKB=SBKC=30$ suy ra $SBEC=50$ suy ra $S_{ABC} = 75 \text{ cm}^2$



Câu 10:



Áp dụng BĐT cô sy ta có:

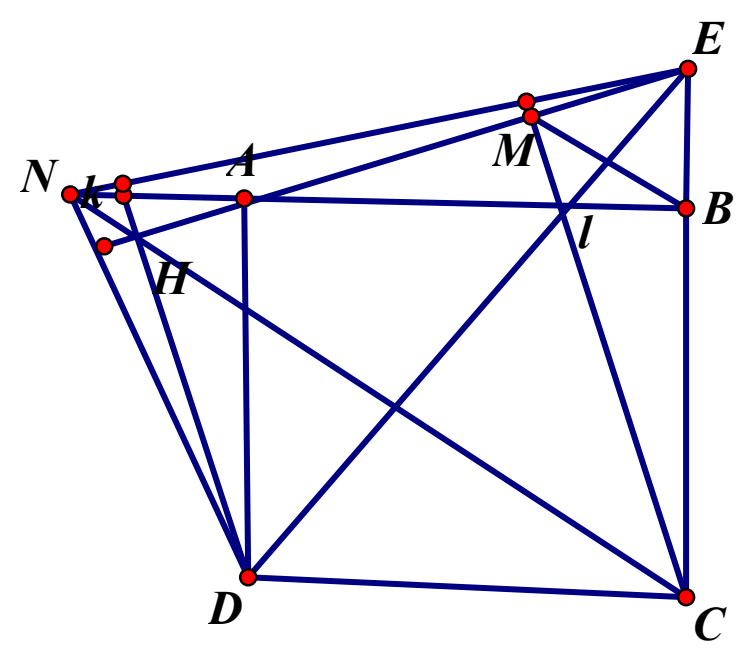
$$\begin{aligned} & \left(\frac{AD}{OD} + \frac{BE}{OE} + \frac{CF}{OF} \right) \left(\frac{OD}{AD} + \frac{OE}{BE} + \frac{OF}{CF} \right) \geq 9 \\ & \Rightarrow \left(1 + \frac{OA}{OD} + 1 + \frac{OB}{OE} + 1 + \frac{OC}{OF} \right) \geq 9 \\ & \Rightarrow \frac{OA}{OD} + \frac{OB}{OE} + \frac{OC}{OF} \geq 6 \end{aligned}$$

Suy ra kết quả

II. Tự luận

Câu 12:

Câu	Nội dung	Điểm
-----	----------	------

11 2,5đ	$(x^2 - 9) = 12x + 1 \Leftrightarrow x^4 - 18x^2 + 36x^2 + 81 = 36x^2 + 12x + 1$ $\Leftrightarrow (x^2 + 9)^2 = (6x + 1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 9 = 6x + 1 \\ x^2 + 9 = -6x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 2 \end{cases}$ Tập nghiệm của pt là: $S = \{2, 4\}$	0,5 1,5 0,5
13 5 đ	a. (2,5 đ) Xét tam giác NBC và tam giác ECD có: $BC = DC$ $\angle NBC = \angle DCE$ $NB = CE (GT)$ $\triangle NBC = \triangle ECD (C.G.C)$ $\Rightarrow \angle EDC = \angle NCB$ $mà \angle NCE + \angle NCD = 90^\circ$ $\Rightarrow \angle NCD + \angle EDC = 90^\circ \Rightarrow NC \perp DE (1)$ $do NB \perp EC, NC \perp DE \Rightarrow$  Suy ra I là trực tâm của tam giác NCE b. (2,5đ) từ câu a suy ra : $CM \perp NE$ $mà \triangle ABE = \triangle DAN (C.G.C)$ $\Rightarrow \angle EAB = \angle HAN = \angle ADN \Rightarrow (0,5đ)$ $EA \perp ND$ Gọi H là giao của NC và EA ta có H là trực tâm của tam giác NED	

	$\Rightarrow DH \perp NE \Rightarrow DH \parallel CM \Rightarrow \frac{EM}{EH} = \frac{EI}{ED} (2) \text{ mà } IB \parallel DC \Rightarrow 1đ$ $\Rightarrow \frac{EI}{ID} = \frac{EB}{EC} (3)$ Từ 2,3 suy ra $\frac{EM}{EH} = \frac{EB}{EC} \Rightarrow BM \parallel CH (4) \quad 0,5$ Từ 1 và 4 suy ra $BM \perp DE$ 0,5	
13 2,5đ	$\frac{a}{b^2+1} = a(1 - \frac{b^2}{b^2+1}) \geq a(1 - \frac{b}{2})$ $\frac{b}{c^2+1} = b(1 - \frac{c^2}{c^2+1}) \geq b(1 - \frac{c}{2})$ $\frac{c}{a^2+1} = c(1 - \frac{a}{a^2+1}) \geq c(1 - \frac{a}{2})$ Cộng các bất cùng chiều ta được : $P \geq a+b+c - \frac{ab+bc+ca}{2} \text{ lại có}$ $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 \geq 0 \Rightarrow$ $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3(ab+bc+ca) \Rightarrow P \geq a+b+c - \frac{(a+b+c)^2}{6}$ $\Rightarrow p \geq \frac{3}{2}$ Dấu= xảy ra khi a=b=c=1 Min P=3/2 khi a=b=c=1	0,5 0,5 0,5 0,25 0,25

(Mọi cách làm khác đúng đều cho điểm tối đa)