

Bài 1: (3,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \left[\frac{1}{2x} + \frac{1}{x-1} \left(\frac{x^2 - 4x - 1}{2x} + x + 1 \right) \right] : \frac{x-1}{2x}$, $x \neq 0, x \neq 1$.

1. Rút gọn A .
2. Tìm các giá trị nguyên của x để A có giá trị nguyên.

Bài 2: (6,0 điểm)

1. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn: $3x^2 + 3y^2 = 10xy$ và $x > y$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x + 2025y}{x + y}$.

2. Cho các số nguyên a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = 2025$. Chứng minh rằng

$$P = (a^2 + 2025)(b^2 + 2025)(c^2 + 2025)$$

là một số chính phương chẵn.

3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh là: $A(-1; 4), B(3; -1), C(0; 2)$. Tìm hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng chứa đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC .

Bài 3: (3,0 điểm)

Bà Hoa đi chợ mua 30 con đủ các loại vịt, ngan, ngỗng hết 6 triệu đồng. Hỏi bà Hoa đã mua bao nhiêu con mỗi loại, biết rằng giá của mỗi con vịt, ngan và ngỗng lần lượt là 100 ngàn đồng, 400 ngàn đồng và 600 ngàn đồng?

Bài 4: (2,0 điểm)

Lớp 9A có 45 học sinh. Cô giáo chủ nhiệm lấy ngẫu nhiên một bạn để làm thủ quỹ. Biết rằng, xác suất lấy được bạn nữ cao hơn xác suất lấy được bạn nam là 20%. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh nam và bao nhiêu học sinh nữ?

Bài 5: (6,0 điểm)

1. Cho tam giác ABC vuông tại A , có đường cao AH . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AC, AH .

a) Chứng minh rằng tam giác BNA đồng dạng với tam giác BMC .

b) Gọi D là điểm đối xứng với N qua H . Chứng minh rằng $\widehat{BDM} = 90^\circ$.

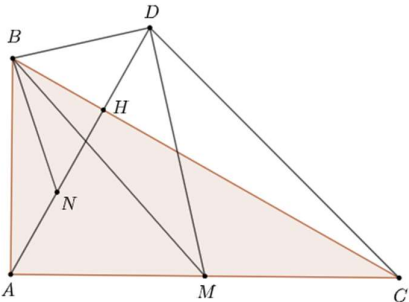
2. Cho tam giác ABC có $\widehat{BAC} = 75^\circ, \widehat{ABC} = 60^\circ$. Dựng điểm D nằm trong tam giác ABC sao cho tam giác ADB vuông cân tại D . Gọi E là giao điểm của BD và AC . Chứng minh rằng tam giác DEC cân.

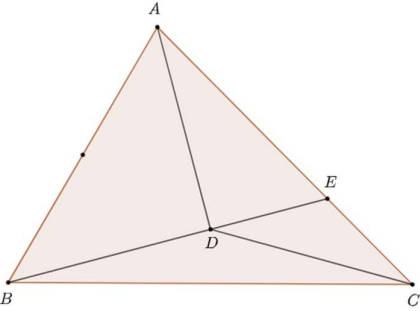
HẾT

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
1 (3đ)	1 (1.5đ)	Với $x \neq 0; x \neq 1$, ta có: $A = \left[\frac{1}{2x} + \frac{1}{x-1} \cdot \frac{3x^2 - 2x - 1}{2x} \right] : \frac{x-1}{2x}$	0.5
		$= \left[\frac{1}{2x} + \frac{1}{x-1} \cdot \frac{(x-1)(3x+1)}{2x} \right] : \frac{x-1}{2x} = \left[\frac{1}{2x} + \frac{3x+1}{2x} \right] : \frac{x-1}{2x}$	0.5
		$= \frac{3x+2}{2x} : \frac{x-1}{2x} = \frac{3x+2}{x-1}$	0.5
	2 (1.5đ)	Ta có $A = \frac{3x+2}{x-1} = 3 + \frac{5}{x-1}$ Do đó A nguyên khi và chỉ khi $x-1$ là ước của 5	0.5
		* $x-1=1$ suy ra $x=2$. * $x-1=-1$, suy ra $x=0$ (loại)	0.5
		* $x-1=5$, suy ra $x=6$. * $x-1=-5$, suy ra $x=-4$. Vậy A nguyên khi và chỉ khi $x \in \{-4; 2; 6\}$.	0.5
2 (6đ)	1 (2đ)	Từ $3x^2 + 3y^2 = 10xy$, ta có $(3x-y)(3y-x) = 0$	1.0
		Vì $x > y > 0$ nên $3x > y$, suy ra $3x-y > 0$. Do đó $3y-x=0$ hay $x=3y$	0.5
		Vậy $A = \frac{x+2025y}{x+y} = \frac{3y+2025y}{3y+y} = 507$.	0.5
	2 (2đ)	Ta có $a^2 + 2025 = a^2 + ab + bc + ca = (a+b)(a+c)$.	0.5
		Tương tự ta có $b^2 + 2025 = (b+a)(b+c); c^2 + 2025 = (c+b)(c+a)$.	0.5
		Do đó $P = (a^2 + 2025)(b^2 + 2025)(c^2 + 2025) = [(a+b)(b+c)(c+a)]^2$. Suy ra P là số chính phương.	0.5
		Mặt khác $(a+b) + (b+c) + (c+a) = 2(a+b+c)$ là số chẵn nên trong các số $a+b, b+c, c+a$ phải có ít nhất một số chẵn. Do đó P chẵn.	0.5
	Giả sử đường thẳng $y = mx + n$ đi qua $B(3;-1), C(0;2)$ Vì đường thẳng $y = mx + n$ đi qua $C(0;2)$ nên $n = 2$	0.5	

3 (2đ)	Vì đường thẳng $y = mx + n$ đi qua $B(3; -1)$ nên $3m + n = -1$	0.5	
	Suy ra $m = \frac{-n-1}{3} = -1$. Do đó đường thẳng BC là $y = -x + 2$.		
	Gọi $y = ax + b$ là hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng d chứa đường cao kẻ từ A của tam giác ABC . Vì $d \perp BC$ nên suy ra $a = 1$	0.5	
	Vì d đi qua $A(-1;4)$ nên $-a + b = 4$, suy ra $b = 4 + a = 5$. Vậy $d : y = x + 5$.	0.5	
3 (3đ)	Gọi x, y, z lần lượt là số vịt, ngan, ngỗng mà bà Hoa mua ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$).	0.5	
	Theo bài ra ta có $x + y + z = 30$ (1) và	0.5	
	$100x + 400y + 600z = 6000$, hay ta có $x + 4y + 6z = 60$. (2)	0.5	
	Trừ (2) cho (1) về theo về ta có $3y + 5z = 30$ (3). Từ đây suy ra $y : 5$	0.5	
	Cũng từ (3) ta suy ra $3y < 30$, hay $y < 10$.	0.5	
	Do đó $y = 5$, suy ra $z = 3$ và $x = 22$. Vậy bà Hoa đã mua 22 con vịt, 5 con ngan và 3 con ngỗng.	0.5	
4 (2đ)	Gọi số học sinh nam trong lớp là n ($n \in \mathbb{N}, 0 \leq n \leq 45$), khi đó số học sinh nữ là $45 - n$.	0.5	
	Xác suất để lấy được học sinh nam là $\frac{n}{45}$ và xác suất lấy được học sinh nữ là $\frac{45 - n}{45}$. Theo bài ra ta có	0.5	
	$\frac{n}{45} = \frac{45 - n}{45} - 20\%$.	0.5	
	Giải ra ta có $n = 18$. Vậy lớp 9A có 18 học sinh nam và 27 học sinh nữ.	0.5	
5 (6đ)			
	Ta có tam giác $\triangle BHA \sim \triangle BAC$ (g.g)	1.0	
	Suy ra $\frac{BA}{BC} = \frac{AH}{AC} = \frac{2AN}{2CM} = \frac{AN}{CM}$.	1.0	
	1a. (3đ)	Xét hai tam giác BNA và tam giác BMC có $\widehat{BAN} = \widehat{BCM}$ (cùng phụ với $\widehat{HAC}$). $\frac{BA}{BC} = \frac{AN}{CM}$ (chứng minh trên).	0.5
	Do đó $\triangle BNA \sim \triangle BMC$ (g.c.g).	0.5	
	Theo câu a. ta có $\triangle BNA \sim \triangle BMC$ nên $\widehat{ABN} = \widehat{CBM}$	0.5	

1b. (2đ)	Lại có D đối xứng N qua H và $BH \perp DN$ nên $BN = BD$ và $\widehat{DBH} = \widehat{NBH}$.	
	Suy ra $\widehat{DBM} = \widehat{DBH} + \widehat{HBM} = \widehat{HBN} + \widehat{ABN} = \widehat{ABH}$. (1)	0.5
	Cũng từ $\triangle BNA \sim \triangle BMC$ và $\triangle BHA \sim \triangle BAC$ ta có $\frac{BN}{BM} = \frac{BA}{BC} = \frac{BH}{BA}$.	0.5
	Kết hợp với $BN = BD$ ta suy ra $\frac{BD}{BM} = \frac{BH}{BA}$. (2)	
	Từ (1) và (2) suy ra $\triangle BDM \sim \triangle BHA$. và do đó $\widehat{BDM} = \widehat{BHA} = 90^\circ$.	0.5
2 (1đ)		
	Gọi C' trên tia EC sao cho $EC' = ED$. Ta chứng minh $C \equiv C'$. Ta có $\widehat{DEC'} = \widehat{EBA} + \widehat{BAE} = 45^\circ + 75^\circ = 120^\circ$. Kết hợp với tam giác DEC' cân tại C ta suy ra $\widehat{EDC'} = \widehat{EC'D} = 30^\circ$.	0.25
	Mặt khác $\widehat{DAC} = \widehat{BAE} - \widehat{BAD} = 30^\circ$ Suy ra tam giác ADC' cân tại D . Suy ra $DC' = DA = DB$.	0.25
	Tam giác BDC' cân tại D và $\widehat{EDC'} = 30^\circ$ suy ra $\widehat{DBC'} = \widehat{DC'B} = 15^\circ$. Do đó $\widehat{ABC'} = \widehat{ABD} + \widehat{DBC'} = 60^\circ$, suy ra $\widehat{ABC'} = \widehat{ABC}$.	0.25
	Điều này chứng tỏ $C' \equiv C$. Hay $\triangle EDC$ cân tại C .	0.25

(Học sinh giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa)