

Bài 1 (4,5 điểm)

1) Thực hiện phép tính:

a) $A = \sqrt{1 + \frac{7}{9}} + \sqrt{1 - \frac{24}{25}}$

b) $B = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 9^6 \cdot 25^3}{27^5 \cdot 25^3 + (3^2 \cdot 5)^6}$

2) Cho n là số tự nhiên có 2 chữ số. Tìm n biết $n + 4$ và $2n$ là số chính phương.

Bài 2 (4,0 điểm)

a) $2024x - |1011x + 2| = |1012x + 3|$

b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{40 - 3x}{13 - x}$ với x là số nguyên khác 13.

Bài 3 (4,5 điểm)

1) Cho hàm số $y = f(x) = (m + 1)x$ với $m \neq -1$

a) Với $m = 2$. Hãy tính $f(2022)$.

b) Tìm giá trị của m để $f(x_1) \cdot f(x_2) = f(x_1 \cdot x_2)$ với x_1, x_2 là các số thực khác 0.

2) Tìm 3 phân số có tổng bằng $9\frac{9}{70}$, biết các tử số tỉ lệ theo 3:4:5 và các mẫu số tương ứng tỉ lệ theo 5:1:2.

Bài 4 (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A có ba góc đều nhọn. Về phía ngoài tam giác vẽ tam giác ABE vuông cân tại B. Kẻ đường cao AH (H thuộc BC), trên tia đối của tia AH lấy điểm I sao cho AI = BC.

1) Chứng minh: Hai tam giác ABI và BEC bằng nhau.

2) Chứng minh: BI vuông góc với CE.

3) Phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại D, phân giác của góc BDC cắt cạnh BC tại M.

Phân giác góc BDA cắt đường thẳng BC tại N. Chứng minh: $BD = \frac{1}{2}MN$.

Bài 5 (1,0 điểm)

Cho 2022 số $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2021}, a_{2022}$ là các số tự nhiên khác 0 thỏa mãn:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2021}} + \frac{1}{a_{2022}} = 1.$$

Chứng minh rằng: Tồn tại ít nhất một số trong 2022

số đã cho là số chẵn.

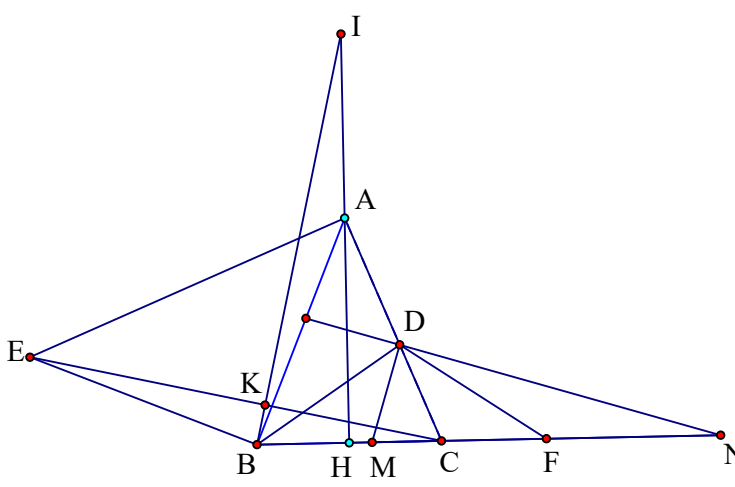
.....Hết.....

Họ và tên thí sinh :Số báo danh :

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM MÔN TOÁN 7

BÀI	Ý	NỘI DUNG	BIỂU ĐIỂM
1(4,5đ)		1) Thực hiện phép tính : a) $A = \sqrt{1 + \frac{7}{9}} + \sqrt{1 - \frac{24}{25}}$ b) $B = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 9^6 \cdot 25^3}{27^5 \cdot 25^3 + (3^2 \cdot 5)^6}$	
	1a(1,5đ)	$A = \sqrt{1 + \frac{7}{9}} + \sqrt{1 - \frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{16}{9}} + \sqrt{\frac{1}{25}}$	0,5
		$A = \frac{4}{3} + \frac{1}{5}$	0,25
		$A = \frac{20}{5} + \frac{3}{5} = \frac{23}{5}$	0,5
		Vậy $A = \frac{23}{5}$	0,25
	1b(1,5đ)	$B = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 9^6 \cdot 25^3}{27^5 \cdot 25^3 + (3^2 \cdot 5)^6} = \frac{3^{12} \cdot 5^7 + 3^{12} \cdot 5^6}{3^{15} \cdot 5^6 + 3^{12} \cdot 5^6}$	0,5
		$B = \frac{3^{12} \cdot 5^6 (5 + 1)}{3^{12} \cdot 5^6 (3^3 + 1)}$	0,5
		$B = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$. Vậy $B = \frac{3}{14}$	0,5
	2(1,5đ)	2) Cho n là số tự nhiên có 2 chữ số . Tìm n biết n + 4 và 2n là số chính phương.	
		Vì n là số tự nhiên có hai chữ số $\Rightarrow 9 < n < 100$ $\Rightarrow 18 < 2n < 200$	0,5
		Mà 2n là số chính phương chẵn $\Rightarrow 2n \in \{36; 64; 100; 144; 196\}$ $\Rightarrow n \in \{18; 32; 50; 72; 98\}$	0,5
		Mà n + 4 là số chính phương $\Rightarrow n = 32$. Vậy n = 32	0,5
2(4,0đ)	2a(2,0đ)	a) $2024x - 1011x + 2 = 1012x + 3 $	
		$\Rightarrow 1011x + 2 + 1012x + 3 = 2024x$	0,25
		Do $ 1011 + x \geq 0 \forall x, 1012 + x \geq 0 \forall x \Rightarrow x \geq 0$	0,25
		$\Rightarrow 1011x + 2 + 1012x + 3 = 2024x$	0,5
		$\Rightarrow 2023x + 5 = 2024x$	0,5
		$\Rightarrow x = 5$. Vậy x = 5	0,5
	2b(2,0đ)	b) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{40 - 3x}{13 - x}$ với x là số	

BÀI	Ý	NỘI DUNG	BIỂU ĐIỂM
		nguyên khác 13.	
		Ta có $P = \frac{40-3x}{13-x} = 3 + \frac{1}{13-x}$ với $x \neq 0$	0,5
		Suy ra P lớn nhất khi $\frac{1}{13-x}$ lớn nhất	0,25
		* Nếu $x > 13$ thì $13-x < 0 \Rightarrow \frac{1}{13-x} < 0$.	0,5
		* Nếu $x < 13$ thì $13-x > 0 \Rightarrow \frac{1}{13-x} > 0$.	
		Từ 2 trường hợp trên suy ra $\frac{1}{13-x}$ lớn nhất khi $13-x > 0$	0,25
		Vì phân số $\frac{1}{13-x}$ có tử và mẫu là các số nguyên dương, tử không đổi nên phân số có giá trị lớn nhất khi mẫu là số nguyên dương nhỏ nhất. Hay $13-x=1 \Leftrightarrow x=12$	0,5
		Suy ra P có giá trị lớn nhất là 4 khi $x=12$	0,25
3(4,5đ)		1) Cho hàm số $y = f(x) = (m+1)x$ với $m \neq -1$ a) Với $m = 2$. Hãy tính $f(2022)$. b) Tìm giá trị của m để $f(x_1).f(x_2) = f(x_1.x_2)$ với x_1, x_2 là các số thực khác 0.	
	1a(1,5đ)	Với $m = 2$ thỏa mãn $m \neq -1 \Rightarrow f(x) = 3x$	0,75
		Ta có $f(2022) = 3.2022 = 6066$	0,5
		Vậy với $m = 2$ thì $f(2022) = 6066$	0,25
	1b(1,5đ)	Ta có $f(x_1) = (m+1)x_1$, $f(x_2) = (m+1)x_2$ $\Rightarrow f(x_1).f(x_2) = (m+1)^2 x_1.x_2$	0,5
		Mà $f(x_1.x_2) = (m+1)x_1.x_2$	0,25
		Để $f(x_1).f(x_2) = f(x_1.x_2) \Rightarrow (m+1)^2 x_1.x_2 = (m+1)x_1.x_2$	0,25
		Do x_1, x_2 là các số thực khác 0, $m \neq -1$ $\Rightarrow m+1=1 \Rightarrow m=0$ (tm $m \neq -1$) Vậy để $f(x_1).f(x_2) = f(x_1.x_2)$ thì $m=0$	0,5
	2(1,5đ)	2) Tìm 3 phân số có tổng bằng $9\frac{9}{70}$, biết các tử số tỉ lệ theo 3:4:5 và các mẫu số tương ứng tỉ lệ theo 5:1:2.	
		Gọi 3 phân số cần tìm là $x = \frac{a}{a'}$; $y = \frac{b}{b'}$; $z = \frac{c}{c'}$ với $a, a', b, b', c,$	0,25

BÀI	Ý	NỘI DUNG	BIỂU ĐIỂM
		c' là các số nguyên, a', b', c' khác 0	
		Ta có $a:b:c = 3:4:5 \Rightarrow a = 3k, b = 4k, c = 5k (k \neq 0)$ $a':b':c' = 5:1:2 \Rightarrow a' = 5q, b' = q, c' = 2q (q \neq 0)$	0,25
		$\Rightarrow x:y:z = \frac{3k}{5q} : \frac{4k}{q} : \frac{5k}{2q} = \frac{3}{5} : \frac{4}{1} : \frac{5}{2} = 6:40:25$	0,5
		$\Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{40} = \frac{z}{25} = \frac{x+y+z}{6+40+25} = \frac{9 \cdot \frac{9}{70}}{71} = \frac{9}{70}$	0,25
		Vậy $x = \frac{27}{35}, y = \frac{36}{7}, z = \frac{45}{14}$	0,25
4(6,0đ)			Vẽ hình đúng câu a và ghi GT- KL 0,5đ
	4a(2,0đ)	Do $\triangle ABE$ vuông cân tại B $\Rightarrow \widehat{ABE} = 90^\circ$ và $AB = BE$	0, 5
		Vì AH là đường cao của $\triangle ABC \Rightarrow$ $AH \perp BC = H \Rightarrow \widehat{AHB} = 90^\circ$	0,5
		Ta có $\widehat{IAB} = \widehat{ABH} + \widehat{AHB} = \widehat{ABH} + 90^\circ$ (t/c góc ngoài) $\widehat{EBC} = \widehat{ABC} + \widehat{ABE} = \widehat{ABH} + 90^\circ$ $\Rightarrow \widehat{IAB} = \widehat{EBC}$	0,5
		Xét $\triangle ABI$ và $\triangle BEC$ có $AI = BC$ (gt), $\widehat{IAB} = \widehat{EBC}$, $AB = BE$ $\Rightarrow \triangle ABI = \triangle BEC$ (c.g.c) (đpcm)	0,5
	4b(2,0đ)	Vì $\triangle ABI = \triangle BEC$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AIB} = \widehat{BCE}$	0,5
		Mà $\widehat{AIB} + \widehat{IBH} = 90^\circ$	0,5
		$\Rightarrow \widehat{IBH} + \widehat{BCE} = 90^\circ$	0,5
		Gọi $CE \cap BI = K \Rightarrow \widehat{BKC} = 90^\circ \Rightarrow BI \perp CE$ (đpcm)	0,5
	4c(1,5đ)	Do DM là phân giác $\widehat{BDC}$, DN là đường phân giác $\widehat{BDA}$ Mà $\widehat{BDC}$ và $\widehat{BDA}$ là 2 góc kề bù $\Rightarrow DM \perp DN$	0,25

BÀI	Ý	NỘI DUNG	BIỂU ĐIỂM
		$\Rightarrow \widehat{MDN} = 90^0 \Rightarrow \triangle MDN$ vuông tại D	
		Trên MN lấy điểm F sao cho $\widehat{FDN} = \widehat{FND} \Rightarrow \triangle FDN$ cân tại F $\Rightarrow FD = FN$	0,25
		Ta có $\widehat{FDN} + \widehat{FDM} = 90^0$ và $\widehat{FMD} + \widehat{FND} = 90^0$ Mà $\widehat{FDN} = \widehat{FND} \Rightarrow \widehat{FDM} = \widehat{FMD}(1) \Rightarrow \triangle FDM$ cân tại F $\Rightarrow FD = FM$ $\Rightarrow FD = FM = FN = \frac{1}{2}MN$	0,25
		Ta có $\widehat{FMD} = \widehat{MBD} + \widehat{MDB}$ (T/c góc ngoài) Vì DM là phân giác $\widehat{BDC} \Rightarrow \widehat{BDM} = \widehat{CDM}$ $\Rightarrow \widehat{FMD} = \widehat{MBD} + \widehat{MDC}$ (2) Lại có $\widehat{FDM} = \widehat{FDC} + \widehat{CDM}$ (3) Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{MBD} = \widehat{FDC}$ (4)	0,25
		Mà $\triangle ABC$ cân tại A $\Rightarrow \widehat{DCM} = \widehat{ABC} = 2\widehat{DBM}$ (5) Ta lại có $\widehat{DCM} = \widehat{CDF} + \widehat{CFD}$ (t/c góc ngoài) (6)	0,25
		Từ (4),(5),(6) $\Rightarrow \widehat{MBD} = \widehat{CFD} \Rightarrow \triangle DBF$ cân tại D $\Rightarrow DB = DF = \frac{1}{2}MN$ (đpcm)	0,25
5(1,0đ)	5(1,0đ)	Bài 5(1,0 điểm). Cho 2022 số $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2021}, a_{2022}$ là các số tự nhiên khác 0 thỏa mãn : $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2021}} + \frac{1}{a_{2022}} = 1$. Chứng minh rằng : Tồn tại ít nhất một số trong 2022 số đã cho là số chẵn.	
		Từ $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2021}} + \frac{1}{a_{2022}} = 1$ $\Rightarrow a_2 a_3 \dots a_{2022} + a_1 a_3 \dots a_{2022} + \dots + a_1 a_2 \dots a_{2021} = a_1 a_2 \dots a_{2022}$ (1)	0,5
		Giả sử các số $a_1, a_2, \dots, a_{2022}$ đều là số lẻ , khi đó vế trái của (1) là tổng của 2022 số lẻ nên vế trái là số chẵn , mà vế phải là số lẻ $\Rightarrow$ mâu thuẫn $\Rightarrow$ điều giả sử sai . Vậy do đó tồn tại ít nhất một số trong 2022 số đã cho là số chẵn $\Rightarrow$ đpcm	0,5

Lưu ý :

1.Hướng dẫn chấm chỉ trình bày các bước cơ bản của 1 cách giải. Nếu thí sinh làm theo cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa.

2. Bài làm của thí sinh đúng đến đâu cho điểm đến đó theo đúng biểu điểm.
3. Bài hình học, thí sinh vẽ sai hình hoặc không vẽ hình thì cho 0 điểm. Hình vẽ đúng ở ý nào thì chấm điểm ý đó.
4. Bài có nhiều ý liên quan tới nhau, nếu thí sinh mà công nhận ý trên (hoặc làm sai ý trên) để làm ý dưới thì không chấm điểm ý đó.
5. Điểm của bài thi là tổng điểm các câu làm đúng và tuyệt đối không làm tròn.