

Họ và tên thí sinh:.....

Chữ ký giám thị 1:

Số báo danh:.....

PHÒNG GD&ĐT THỊ XÃ GIÁ RAI

KỲ THI CHỌN HSG LỚP 8 VÒNG THỊ XÃ
NĂM HỌC 2018 - 2019

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Gồm 01 trang)

* Môn thi: TOÁN

* Ngày thi: 21/4/2019

* Thời gian: 150 phút (Không kể thời gian giao đề)

ĐỀ

Câu 1: (5 điểm)

a) Cho: $M = 6063(4^{2019} + 42^{2018} + \dots + 4^2 + 5) + 2021$. Chứng minh: $M : 4^{2020}$

b) Cho: $4a^2 + b^2 = 5ab$ với $2a > b > 0$. Tính giá trị của phân thức: $P = \frac{ab}{4a^2 - b^2}$

Câu 2: (5 điểm)

a) Cho: $a + b + c = 1$; $a^2 + b^2 + c^2 = 1$; $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$. Chứng minh: $xy + yz + zx = 0$

b) Giải phương trình: $8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x + 4)^2$

Câu 3: (5 điểm)

a) Cho: x, y thỏa mãn $(x + y)^2 + 7(x + y) + y^2 + 10 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x + y + 1$

b) Cho a, b, c là số đo độ dài 3 cạnh của 1 tam giác. Chứng minh:

$$ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$$

Câu 4: (5 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$ và E là điểm bất kỳ trên BC (E khác B và C). Hai đường thẳng AE và DC cắt nhau tại F . Đường thẳng vuông góc với AE tại A cắt đường thẳng CD tại I .

a) Chứng minh: $AE \cdot BC = BE \cdot AF$

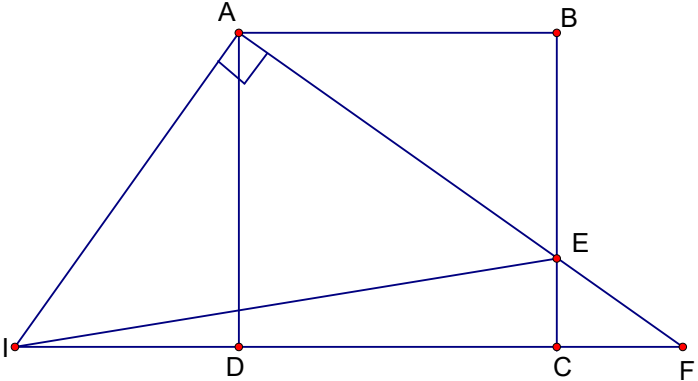
b) Chứng minh: $\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2}$

c) Chứng minh: $\left(\frac{AI}{AD}\right)^2 = \frac{FI}{FD}$

---Hết---

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Nội dung trả lời	Số điểm
1		
a	Ta có: $M = 2021 \cdot 3(4^{2019} + 4^{2018} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 2021$ $= 2021(4 - 1)(4^{2019} + 4^{2018} + \dots + 4^2 + 4 + 1) + 2021$ $= 2021(4^{2020} - 1) + 2021$ $= 2021 \cdot 4^{2020}$ Vậy: $M : 4^{2020}$	0,5đ 1đ 0,5đ 0,25đ 0,25đ
b	Ta có: $4a^2 + b^2 = 5ab$ $\Rightarrow 4a^2 - 4ab - ab + b^2 = 0$ $\Leftrightarrow (a - b)(4a - b) = 0$ Mà: $2a > b > 0 \Rightarrow 4a - b \neq 0$ $\Rightarrow a - b = 0 \Rightarrow a = b$ $\Rightarrow P = \frac{a^2}{4a^2 - a^2} = \frac{a^2}{3a^2} = \frac{1}{3}$	0,5đ 0,75đ 0,5đ 0,5đ 0,25đ
2		
a	Đặt: $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k \Rightarrow x = ak; y = bk; z = ck$ Khi đó: $xy + yz + zx = abk^2 + ack^2 + bck^2 = k^2(ab + ac + bc)$ (1) Ta có: $a + b + c = 1 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc = 1$ Mà: $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ $\Rightarrow 2ab + 2ac + 2bc = 0 \Rightarrow ab + ac + bc = 0$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow xy + yz + zx = 0$	0,5đ 0,75đ 0,25đ 0,75đ 0,25đ
b	Ta có: (ĐK $x \neq 0$) $8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x + 4)^2$ $\Leftrightarrow 8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left[\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - \left(x + \frac{1}{x}\right)^2\right] = (x + 4)^2$ $\Leftrightarrow 8\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 8\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = (x + 4)^2$ $\Leftrightarrow (x + 4)^2 = 16$	0,5đ 0,5đ

	$\Leftrightarrow x = -8$ hoặc $x = 0$ (loại) Vậy: $S = \{-8\}$	1đ 0,25đ 0,25đ
3		
a	Ta có: $(x+y)^2 + 7(x+y) + y^2 + 10 = 0$ $\Leftrightarrow (x+y)^2 + 2 \cdot \frac{7}{2}(x+y) + \left(\frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 10 = -y^2 \leq 0$ $\Leftrightarrow \left(x+y+\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \leq 0$ $\Leftrightarrow \left(x+y+\frac{7}{2}\right)^2 \leq \frac{9}{4}$ $\Leftrightarrow \left x+y+\frac{7}{2}\right \leq \frac{3}{2}$ $\Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq x+y+\frac{7}{2} \leq \frac{3}{2}$ $\Leftrightarrow -4 \leq x+y+1 \leq -1$ $\Rightarrow -4 \leq A \leq -1$ Vậy: $\text{Min}A = -4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 0 \end{cases}$ và $\text{Max}A = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$	0,5đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ 0,5đ
b	Ta có: $a^2 + b^2 \geq 2ab; a^2 + c^2 \geq 2ac; b^2 + c^2 \geq 2bc$ $\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$ Và: $a > b - c ; b > a - c ; c > a - b $ $\Rightarrow a^2 > b^2 - 2bc + c^2; b^2 > a^2 - 2ac + c^2; c^2 > a^2 - 2ab + b^2$ $\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$ Vậy: $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$	0,75đ 0,25đ 0,75đ 0,25đ 0,25đ 0,25đ
4	 a) Chứng minh: $AE \cdot BC = BE \cdot AF$ Xét $\triangle ABE$ và $\triangle FCE$ có:	

$\widehat{AEB} = \widehat{FEC}; \widehat{ABE} = \widehat{FCE} = 90^0$ Vậy: $\triangle ABE \sim \triangle FCE$ (g-g)	0,25đ
$\Rightarrow \frac{AE}{FE} = \frac{BE}{CE}$	0,25đ
$\Rightarrow \frac{AE}{AE + FE} = \frac{BE}{BE + CE}$	0,25đ
$\Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{BE}{BC}$	0,5đ
$\Rightarrow AE \cdot BC = BE \cdot AF$	0,25đ
b) Chứng minh: $\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2}$ Xét $\triangle FDA$ và $\triangle ABE$ có: $\widehat{DFA} = \widehat{BAE} (AB \parallel DF); \widehat{FDA} = \widehat{ABE} = 90^0$ Vậy: $\triangle FDA \sim \triangle ABE$ (g-g)	0,25đ
$\Rightarrow \frac{AF}{EA} = \frac{DF}{BA} \Rightarrow \frac{AF^2}{AE^2} = \frac{DF^2}{AB^2}$	0,25đ
Mà: $DF^2 = AF^2 - AD^2 = AF^2 - AB^2$ (vì $AD = AB$)	0,25đ
$\Rightarrow \frac{AF^2}{AE^2} = \frac{AF^2 - AB^2}{AB^2} = \frac{AF^2}{AB^2} - 1$	0,5đ
$\Rightarrow \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2}$	0,25đ
c) Chứng minh: $\left(\frac{AI}{AD} \right)^2 = \frac{FI}{FD}$ Xét $\triangle AID$ và $\triangle FIA$ có: $\widehat{ADI} = \widehat{FAI} = 90^0$ và $\widehat{AID}$ là góc chung Vậy: $\triangle AID \sim \triangle FIA$ (g-g)	0,25đ
$\Rightarrow \frac{AI}{FI} = \frac{ID}{IA} \Rightarrow AI^2 = ID \cdot FI$ (1)	
Xét $\triangle AID$ và $\triangle FAD$ có: $\widehat{ADI} = \widehat{FDA} = 90^0; \widehat{AID} = \widehat{FAD}$ (cùng phụ với $\widehat{IAD}$) Vậy: $\triangle AID \sim \triangle FAD$ (g-g)	0,25đ
$\Rightarrow \frac{AD}{FD} = \frac{ID}{AD} \Rightarrow AD^2 = ID \cdot FD$ (2)	0,25đ
Từ (1) và (2). Ta được :	0,25đ
$\left(\frac{AI}{AD} \right)^2 = \frac{FI}{FD}$	0,5đ

* **Ghi chú:** Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án nhưng đúng thì vẫn cho đủ số điểm từng phần như hướng dẫn quy định. --- **HẾT**---