

Câu 1. (4,0 điểm)

1. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $\frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} = a + b + c$.

Chứng minh $a = b = c$.

2. Giải phương trình $\sqrt{3x+1} - \sqrt{2x-1} = 1$.

3. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+y-\sqrt{xy}=3 \\ \sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=3 \end{cases}$.

Câu 2. (1,0 điểm)

Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab + bc + ca = abc$.

1. Chứng minh $a + b + c \geq 9$.
2. Chứng minh $a + b + c \geq 4\left(\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}\right) + 5$.

Câu 3. (1,5 điểm)

1. Chứng minh $n^2 + 3n + 1$ là số lẻ với mọi số tự nhiên n .
2. Tìm tất cả các số nguyên dương a, b sao cho $4a^2 + b + 4$; $4b^2 + a + 4$ đều là số chính phương.

Câu 4. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn, $AB < AC$. Kẻ các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Từ A kẻ hai tiếp tuyến AP, AQ đến đường tròn tâm O , đường kính BC (P, Q là các tiếp điểm và P, F nằm cùng phía so với đường thẳng AD).

1. Chứng minh $AP^2 = AB \cdot AF$ và 5 điểm A, P, D, O, Q nằm trên một đường tròn.
2. Chứng minh H, P, Q thẳng hàng.
3. Chứng minh PF, QE, AD đồng quy.

Câu 5. (0,5 điểm)

Trên mặt phẳng có 5 điểm tùy ý, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Chứng minh tồn tại 4 điểm là 4 đỉnh của một tứ giác lồi.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinhSố báo danh.....