

Câu 1 (4,0 điểm).

$$P = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right] : \frac{\sqrt{x^3} + y\sqrt{x} + x\sqrt{y} + \sqrt{y^3}}{\sqrt{x^3y} + \sqrt{xy^3}} \quad (x > 0, y > 0)$$

a) Rút gọn biểu thức P

b) Tính giá trị của P khi $x = \sqrt{97 - 56\sqrt{3}} + \sqrt{52 + 16\sqrt{3}}$

$$y = \sqrt{33 + 20\sqrt{2}} + \sqrt{24 - 16\sqrt{2}}$$

c) Cho $xy = 4$. Tìm các giá trị của x, y để P có giá trị nhỏ nhất, tìm giá trị đó.

Câu 2 (4,0 điểm).

1) Giải phương trình: $\sqrt{2x-3} - \sqrt{x+1} = x-4$

2) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $3x^2 + y - 3x = xy - 2$

Câu 3 (4,0 điểm).

1) Tìm số tự nhiên n sao cho $A = n^2 + 3n + 7$ là số chính phương.

2) Tìm tất cả các tam giác vuông có độ dài cạnh là số nguyên và số đo diện tích bằng số đo chu vi.

Câu 4 (6,0 điểm). Cho tam giác ABC vuông ở A, $AH \perp BC$, $HE \perp AB$, $HF \perp AC$ ($H \in BC$, $E \in AB$, $F \in AC$).

a) Chứng minh rằng: $AE \cdot AB = AF \cdot AC$; $BH = BC \cdot \cos^2 B$.

b) Chứng minh rằng: $\frac{AB^3}{AC^3} = \frac{BE}{CF}$.

c) Chứng minh rằng: $\sqrt[3]{BC^2} = \sqrt[3]{CF^2} + \sqrt[3]{BE^2}$.

d) Cho $BC = 2a$. Tìm giá trị lớn nhất của diện tích tứ giác AEHF.

Câu 5 (2,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{(b+c)^2} + \frac{b}{(c+a)^2} + \frac{c}{(a+b)^2} \geq \frac{9}{4(a+b+c)}$$

..... Hết

Họ và tên thí sinh:SBD.....Trường.....

Giám thị số 1:Giám thị số 2:

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!