

Câu I. (4,5 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức sau: $A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{2^{12} \cdot 9^3 + (-8)^4 \cdot 3^5} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 + (-25)^5 \cdot 49^4}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$

2. Tính giá trị biểu thức: $M = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^3 + \left(-\frac{3}{2}\right)^4 + \dots + \left(-\frac{3}{2}\right)^{100}$

3. Cho ba số x, y, z thỏa mãn: $\frac{101}{x+y} + \frac{101}{y+z} + \frac{101}{z+x} = \frac{9x}{y+z} + \frac{9y}{z+x} + \frac{9z}{x+y} = \frac{909}{2022}$

Tính giá trị biểu thức $x+y+z$

Câu II. (4,5 điểm)

1. Tìm x biết: $\left|x + \frac{1}{1.2}\right| + \left|x + \frac{1}{2.3}\right| + \left|x + \frac{1}{3.4}\right| + \dots + \left|x + \frac{1}{2022.2023}\right| = 2023x$

2. Cho các số a, b, c thỏa mãn $\frac{3}{a+b} = \frac{2}{b+c} = \frac{1}{c+a}$ (giả thiết các tỉ số đều có nghĩa).

Tính giá trị biểu thức $P = \frac{a+b-2019c}{a+b+2018c}$.

3. Cho các số nguyên dương m, n và p là số nguyên tố thỏa mãn: $\frac{p}{m-1} = \frac{m+n}{p}$.

Chứng minh rằng: $p^2 = n+2$.

Câu III. (3,0 điểm)

1. Tìm các số x, y, z nguyên dương thỏa mãn: $2xyz = x + y + z + 16$

2. Biết $f(x)$ chia cho $x-3$ thì dư 7; chia cho $x-2$ thì dư 5; chia cho $(x-3).(x-2)$

được thương là $3x$ và còn dư. Tìm $f(x)$.

Câu IV. (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông cân tại A . Gọi M là trung điểm BC . Lấy điểm D trên đoạn thẳng AB (D khác A và B), trên tia đối của tia CA lấy điểm K sao cho $CK = BD$; DK cắt BC tại I . Hạ DP, KQ vuông góc với BC lần lượt tại P và Q .

1. Chứng minh rằng: $\triangle BDP = \triangle CKQ$, I là trung điểm DK ;

2. Đường vuông góc với DK tại I cắt AM tại S . Chứng minh: SC vuông góc với AK ;

3. Đường thẳng vuông góc với MD tại M cắt AC tại E . Chứng minh rằng:

$MD + ME \geq AD + AE$.

Câu V. (2,0 điểm)

Cho ba số dương $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$. Chứng minh rằng: $\frac{a}{bc+1} + \frac{b}{ac+1} + \frac{c}{ab+1} \leq 2$

----- Hết -----

Họ và tên học sinh:.....Số báo danh:.....