

Bài 1 (6 điểm). Cho biểu thức $P = \frac{15\sqrt{x}-11}{x+2\sqrt{x}-3} + \frac{3\sqrt{x}-2}{1-\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}+3}{3+\sqrt{x}} + 6$.

- Tìm điều kiện của x để biểu thức P có nghĩa.
- Rút gọn biểu thức P .
- Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức P .
- Tìm các giá trị của x để giá trị của biểu thức P là số nguyên.

Bài 2 (5 điểm).

- Cho a, b là hai số tự nhiên thỏa mãn $a^2 + b^2 - 2a - 2b = 2ab - 1$. Chứng minh rằng a, b là hai số chính phương.
- Chứng minh $(n^6 - n^2)$ chia hết cho 20 với mọi số tự nhiên n .
- Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $3x^2 + y^2 - 2xy - 2x + 2y - 5 = 0$.

Bài 3 (2 điểm). Bạn Lan có nhiều hơn 11 bài kiểm tra và các bài kiểm tra đều đạt 8, 9, 10 điểm. Tổng số điểm của các bài kiểm tra đó là 100 điểm. Hỏi bạn Lan có bao nhiêu bài kiểm tra và cho biết có bao nhiêu bài đạt 8, 9, 10 điểm (số bài đạt điểm 8, 9, 10 đều là các số nguyên dương)?

Bài 4 (2 điểm). Cho tam giác ABC vuông tại A có $AH \perp BC$ ($H \in BC$). Gọi D là chân đường phân giác trong của góc B ($D \in AC$). K là hình chiếu vuông góc của A trên BD . E là giao điểm của hai đường thẳng BD và AH . Chứng minh:

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2}.$$

Bài 5 (4 điểm). Cho tam giác ABC có ba góc nhọn và $AB < AC$. Đường phân giác trong của góc A cắt cạnh BC tại D . Đường tròn đường kính AD cắt AB, AC lần lượt tại E và F . Gọi M là giao điểm của EF và AD .

- Chứng minh M là trung điểm của EF .
- Gọi K là giao điểm của AD và đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ($K \neq A$). Chứng minh $AB \cdot KC = AK \cdot BD$.

c. Cho diện tích của tam giác ABC là 100 (đơn vị diện tích). Tính diện tích của tứ giác $AEKF$.

Bài 6 (1 điểm). Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn: $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} = 2$. Tìm giá trị

lớn nhất của biểu thức $Q = \frac{1}{a^2 + b + 2b\sqrt{a}} + \frac{1}{b^2 + a + 2a\sqrt{b}}$.

----- Hết -----

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên..... SBD.....