

Câu 1 (2,0 điểm)

a) Tính $M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) \cdot \frac{2017}{2018}$.

b) Tìm x, biết: $|2017 - x| + |2018 - x| + |2019 - x| = 2$.

Câu 2 (3,0 điểm)

a) Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b}$$

Hãy tính giá trị của biểu thức: $B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$.

b) Cho hai đa thức: $f(x) = (x-1)(x+3)$ và $g(x) = x^3 - ax^2 + bx - 3$

Xác định hệ số a; b của đa thức $g(x)$ biết nghiệm của đa thức $f(x)$ cũng là nghiệm của đa thức $g(x)$.

c) Tìm các số nguyên dương x, y, z thỏa mãn: $x + y + z = xyz$.

Câu 3 (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A, BH vuông góc AC tại H. Trên cạnh BC lấy điểm M bất kì (M khác B và C). Gọi D, E, F là chân đường vuông góc hạ từ M đến AB, AC, BH.

a) Chứng minh: $\triangle DBM = \triangle FMB$.

b) Chứng minh khi M chạy trên cạnh BC thì tổng $MD + ME$ có giá trị không đổi.

c) Trên tia đối của tia CA lấy điểm K sao cho $CK = EH$.

Chứng minh BC đi qua trung điểm của đoạn thẳng DK.

Câu 4 (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC ($AB < AC$, $\hat{B} = 60^\circ$). Hai tia phân giác AD ($D \in BC$) và CE ($E \in AB$) của $\triangle ABC$ cắt nhau ở I. Chứng minh $\triangle IDE$ cân.

Câu 5 (1,0 điểm)

Cho $S_n = \frac{1^2 - 1}{1} + \frac{2^2 - 1}{2^2} + \frac{3^2 - 1}{3^2} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$ (với $n \in \mathbb{N}$ và $n > 1$)

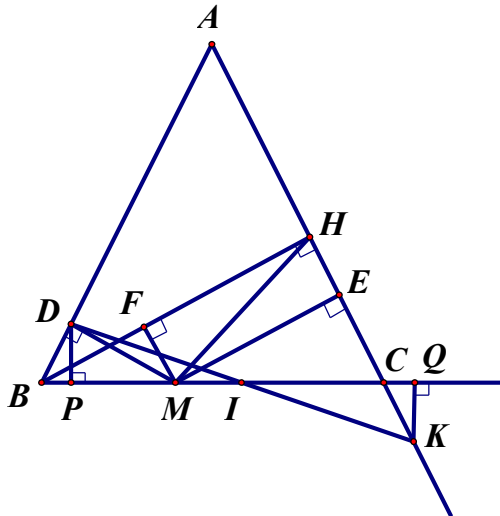
Chứng minh rằng S_n không là số nguyên.

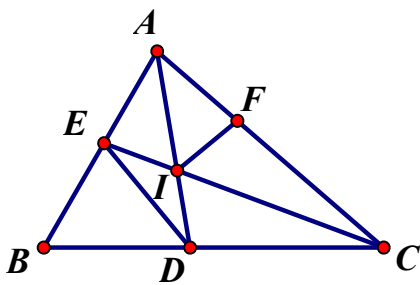
----- Hết -----

Giám thị số 01
(Kí, ghi rõ họ và tên)

Giám thị số 02
(Kí, ghi rõ họ và tên)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	a) Ta có: $M = \left(\frac{0,4 - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{1,4 - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - 0,25 + \frac{1}{5}}{1\frac{1}{6} - 0,875 + 0,7} \right) : \frac{2017}{2018}$ $= \left(\frac{\frac{2}{5} - \frac{2}{9} + \frac{2}{11}}{\frac{7}{5} - \frac{7}{9} + \frac{7}{11}} - \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}}{\frac{7}{6} - \frac{7}{8} + \frac{1}{10}} \right) : \frac{2017}{2018}$ $= \left(\frac{2\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)}{7\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{11}\right)} - \frac{\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)}{2\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right)} \right) : \frac{2017}{2018}$ $= \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{7} \right) : \frac{2017}{2018} = 0$	0.25
	b) Có $2018 - x \geq 0$ và $ 2017 - x + 2019 - x = x - 2017 + 2019 - x \geq x - 2017 + 2019 - x = 2$ $\Rightarrow 2017 - x + 2018 - x + 2019 - x \geq 2$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $(x - 2017)(2019 - x) \geq 0$ và $2018 - x = 0$, suy ra: $2017 \leq x \leq 2019$ và $x = 2018 \Rightarrow x = 2018$ Vậy $x = 2018$.	0,25 0,25 0,25
	a) Vì a, b, c là các số dương nên $a + b + c \neq 0$ Nên theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có: $\frac{a+b-c}{c} = \frac{b+c-a}{a} = \frac{c+a-b}{b} = \frac{a+b-c+b+c-a+c+a-b}{a+b+c} = 1$ $\Rightarrow \frac{a+b-c}{c} + 1 = \frac{b+c-a}{a} + 1 = \frac{c+a-b}{b} + 1 = 2$ $\Rightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = 2$ Mà: $B = \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right)$ $\Rightarrow B = \left(\frac{a+b}{a}\right) \left(\frac{c+a}{c}\right) \left(\frac{b+c}{b}\right) = 8$ Vậy: $B = 8$	0,25 0,25 0,25
	b) HS biết tìm nghiệm của $f(x) = (x-1)(x+3) = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = -3$ Nghiệm của $f(x)$ cũng là nghiệm của $g(x) = x^3 - ax^2 + bx - 3$ nên:	0,25

	Thay $x=1$ vào $g(x)$ ta có: $1-a+b-3=0$	0,25
	Thay $x=-3$ vào $g(x)$ ta có: $-27-9a-3b-3=0$	0,5
	Từ đó HS biến đổi và tính được: $a=-3; b=-1$	
	c) Vì $x,y,z \in \mathbb{Z}^+$ nên giả sử $1 \leq x \leq y \leq z$	
	Theo bài ra: $1 = \frac{1}{yz} + \frac{1}{yx} + \frac{1}{zx} \leq \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{3}{x^2}$	0,25
	Suy ra: $x^2 \leq 3 \Rightarrow x=1$	
	Thay vào đầu bài ta có:	
	$1+y+z=yz \Rightarrow y-yz+1+z=0$	
	$\Rightarrow y(1-z)-(1-z)+2=0$	
	$\Rightarrow (y-1)(z-1)=2$	0,25
	TH1: $\begin{cases} y-1=1 \\ z-1=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=2 \\ z=3 \end{cases}$	
	TH2: $\begin{cases} y-1=2 \\ z-1=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=3 \\ z=2 \end{cases}$ (loại)	0,25
	Vậy $(x; y; z) = (1; 2; 3)$ và các hoán vị	0,25
	https://nguyenthienhuongvp77.violet.vn/	
Câu 3		
	a) Chứng minh được $\triangle DBM = \triangle FMB$ (ch-gn)	1,0
	b) Theo câu a ta có: $\triangle DBM = \triangle FMB$ (ch-gn) $\Rightarrow MD = BF$ (2 cạnh tương ứng) (1)	0,25
	+) C/m: $\triangle MFH = \triangle HEM \Rightarrow ME = FH$ (2 cạnh tương ứng) (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra: $MD + ME = BF + FH = BH$	0,25
	BH không đổi $\Rightarrow MD + ME$ không đổi (đpcm)	0,25
	c) Vẽ $DP \perp BC$ tại P, $KQ \perp BC$ tại Q, gọi I là giao điểm của DK và BC	0,25
	+) Chứng minh: $BD = FM = EH = CK$	
	+) Chứng minh: $\triangle BDP = \triangle CKQ$ (ch-gn) $\Rightarrow DP = KQ$ (cạnh tương ứng)	0,25
	+) Chứng minh: $\widehat{IDP} = \widehat{IKQ} \Rightarrow \triangle DPI = \triangle KQI$ (g-c-g) $\Rightarrow ID = IK$ (đpcm)	0,25

		0,25
		
Câu 4	Ta có $\widehat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{BAC} + \widehat{BCA} = 120^\circ$ AD là phân giác của $\widehat{BAC}$ suy ra $\widehat{IAC} = \frac{1}{2} \widehat{BAC}$ CE là phân giác của $\widehat{ACB}$ suy ra $\widehat{ICA} = \frac{1}{2} \widehat{BCA}$ Suy ra $\widehat{IAC} + \widehat{ICA} = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AIC} = 120^\circ$ Do đó $\widehat{AIE} = \widehat{DIC} = 60^\circ$ Trên cạnh AC lấy điểm F sao cho $AF = AE$ Xét $\triangle EAI$ và $\triangle FAI$ có: $AE = AF$ $\widehat{EAI} = \widehat{FAI}$ AI chung Vậy $\triangle EAI = \triangle FAI$ (c-g-c) suy ra $IE = IF$ (hai cạnh tương ứng) (1) $\widehat{AIE} = \widehat{AIF} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{FIC} = \widehat{AIC} - \widehat{AIF} = 60^\circ$ Chứng minh $\triangle DIC = \triangle FIC$ (g-c-g) Suy ra $ID = IF$ (hai cạnh tương ứng) (2) Từ (1) và (2) suy ra $\triangle IDE$ cân tại I	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 5	Có $S_n = 1 - \frac{1}{1^2} + 1 - \frac{1}{2^2} + 1 - \frac{1}{3^2} + \dots + 1 - \frac{1}{n^2}$ $= (n-1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}\right)$ Đặt $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ Do $A > 0$ nên $S_n < n-1$ Mặt khác $A < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{(n-1).n} = 1 - \frac{1}{n}$ $\Rightarrow S_n > (n-1) - \left(1 - \frac{1}{n}\right) = n-2 + \frac{1}{n} > n-2$ (do $\frac{1}{n} > 0$) $\Rightarrow n-2 < S_n < n-1$ nên S_n không là số nguyên	0,25 0,25 0,25 0,25

Chú ý: - Học sinh làm cách khác mà đúng vẫn cho điểm tối đa
 - Hình vẽ sai không chấm điểm bài hình