

Bài 1: (5,0 điểm). 1/ Thực hiện phép tính

$$a/ M = \left(1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\right)^2 : \frac{1}{36} - 2^6 \cdot 3^3 \cdot \left(1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}\right)^3$$

$$b/ N = \frac{2^{36} \cdot 3^{12} - 4^{18} \cdot 9^6}{(2^3 \cdot 3)^{12} + 16^9 \cdot 3^{12}} + \frac{7^3 \cdot (-5)^{10} - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + (-5)^9 \cdot (-14)^3}$$

2/ Tìm số hữu tỉ x biết:

$$a/ \left(3 - \left|x - \frac{1}{2}\right|\right) \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} = 1$$

$$b/ \frac{x+1}{2022} + \frac{x+2}{2021} = \frac{x+3}{2020} + \frac{x+4}{2019}$$

Bài 2: (3,0 điểm).

Lớp 7A có 52 học sinh chia làm ba tổ. Nếu tổ một bớt đi 1 học sinh, tổ hai bớt đi 2 học sinh, tổ ba thêm vào 3 học sinh thì số học sinh tổ một, tổ hai, tổ ba tỉ lệ nghịch với 3;4;2. Tìm số học sinh của mỗi tổ.

Bài 3: (4,0 điểm).

a/ Cho ba số x, y, z tỉ lệ với 3, 4, 5.

$$\text{Tính giá trị của biểu thức } P = \frac{2022x + 2023y - 2024z}{2022x - 2023y + 2024z}$$

b/ Tìm hệ số a sao cho đa thức $G(x) = x^4 + x^2 + a$ chia hết cho đa thức $M(x) = x^2 - x + 1$.

Bài 4: (7,0 điểm)

Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Tia phân giác của góc A cắt cạnh BC tại điểm I. Trên cạnh AC lấy điểm D sao cho $AD = AB$.

a/ Chứng minh rằng $BI = ID$.

b/ Tia DI cắt tia AB tại điểm E. Chứng minh rằng $\triangle IBE = \triangle IDC$, Từ đó suy ra $BD \parallel CE$.

c/ Gọi H là trung điểm của EC. Chứng minh ba điểm A, H, I thẳng hàng và $AH \perp BD$.

d/ Cho $\widehat{ABC} = 2 \cdot \widehat{ACB}$. Chứng minh $AB + BI = AC$.

Bài 5: (1,0 điểm).

$$\text{Cho biết } xyz = 1. \text{ Tính giá trị } A = \frac{x}{xy+x+1} + \frac{y}{yz+y+1} + \frac{z}{xz+z+1}.$$

HẾT

Họ tên học sinh:SBD:.....

Lưu ý: Giáo viên không giải thích gì thêm; học sinh không được dùng máy tính.

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ KHẢO SÁT HSG TOÁN 7
NĂM HỌC 2022-2023

Bài	Nội dung	Điểm
1.1a (1,5đ)	$1a/ M = \left(1\frac{1}{2} - 1\frac{1}{3}\right)^2 : \frac{1}{36} - 2^6 \cdot 3^3 \cdot \left(1\frac{1}{3} - 1\frac{1}{4}\right)^3$ $= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^2 \cdot 36 - 2^6 \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^3$ $= \frac{1}{36} \cdot 36 - 2^6 \cdot 3^3 \cdot \frac{1}{3^3 \cdot 4^3}$ $= 1 - 1 = 0$	0,5 0,5 0,5
1.1b (1,5đ)	$1b/ N = \frac{2^{36} \cdot 3^{12} - 4^{18} \cdot 9^6}{(2^3 \cdot 3)^{12} + 16^9 \cdot 3^{12}} + \frac{7^3 \cdot (-5)^{10} - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + (-5)^9 \cdot (-14)^3}$ $= \frac{2^{36} \cdot 3^{12} - 2^{36} \cdot 3^{12}}{(2^3 \cdot 3)^{12} + 16^9 \cdot 3^{12}} + \frac{7^3 \cdot 5^{10} - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 2^3 \cdot 7^3}$ $= 0 + \frac{7^3 \cdot 5^{10}(1-7)}{5^9 \cdot 7^3(1+2^3)}$ $= \frac{5 \cdot (-6)}{9} = -\frac{10}{3}$	0,5 0,5 0,5
1.2a (1,0đ)	$a/ \left(3 - \left x - \frac{1}{2}\right \right) \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{5}\right) + \frac{2}{3} = 1$ $\left(3 - \left x - \frac{1}{2}\right \right) \cdot \left(\frac{8}{15} - \frac{3}{15}\right) = 1 - \frac{2}{3}$ $\left(3 - \left x - \frac{1}{2}\right \right) \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$ $\left(3 - \left x - \frac{1}{2}\right \right) = \frac{1}{3} : \frac{1}{3}$ $3 - \left x - \frac{1}{2}\right = 1$ $\left x - \frac{1}{2}\right = 3 - 1 = 2$ $x - \frac{1}{2} = \pm 2$ $\begin{cases} x - \frac{1}{2} = 2 \\ x - \frac{1}{2} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \\ x = -2 + \frac{1}{2} = \frac{-3}{2} \end{cases}$ Vậy $x \in \left\{\frac{5}{2}; \frac{-3}{2}\right\}$	0,5 0,5

1.2b (1,0đ)	$b/\frac{x+1}{2022} + \frac{x+2}{2021} = \frac{x+3}{2020} + \frac{x+4}{20219}$ $\left(\frac{x+1}{2022} + 1\right) + \left(\frac{x+2}{2021} + 1\right) = \left(\frac{x+3}{2020} + 1\right) + \left(\frac{x+4}{20219} + 1\right)$ $\frac{x+2023}{2022} + \frac{x+2023}{2021} = \frac{x+2023}{2020} + \frac{x+2023}{20219}$ $(x + 2023) \cdot \left(\frac{1}{2022} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2020} - \frac{1}{20219}\right) = 0$ $x + 2023 = 0 \text{ (vì } \frac{1}{2022} + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2020} - \frac{1}{20219} \neq 0 \text{)}$ $x = - 2023$ Vậy $x = - 2023$.	0,5 0,5
2 (3,0đ)	Gọi số học sinh tổ 1; tổ 2; tổ 3 lần lượt là a, b, c (học sinh; a, b, c $\in \mathbb{N}^*$; a, b, c < 52) Vì lớp 7A có 52 học sinh được chia làm 3 tổ nên ta có $a + b + c = 52 \quad (1)$ số học sinh tổ 1; tổ 2; tổ 3 sau khi thêm bớt lần lượt là a - 1, b - 2, c + 3 (học sinh) Vì tổ một bớt đi 1 học sinh, tổ hai bớt đi 2 học sinh, tổ ba thêm vào 3 học sinh thì số học sinh tổ một, hai, ba tỉ lệ nghịch với 3;4;2 nên ta có $3(a - 1) = 4(b - 2) = 2(c + 3)$ $\Rightarrow \frac{a-1}{4} = \frac{b-2}{3} = \frac{c+3}{6} \quad (2)$ Từ (1) và (2) áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có $\frac{a-1}{4} = \frac{b-2}{3} = \frac{c+3}{6} = \frac{a+b+c-1-2+3}{4+3+6} = \frac{52}{13} = 4$ $a - 1 = 4.4 = 16 \Rightarrow a = 17$ $b - 2 = 4.3 = 12 \Rightarrow b = 14$ $c + 3 = 4.6 = 24 \Rightarrow c = 21$ Vậy số học sinh tổ 1; tổ 2; tổ 3 của lớp 7A lần lượt là 17; 14; 21 học sinh.	0,5 0,5 0,5 1,0
3a (2,0đ)	Ta có x, y, z tỉ lệ với 3; 4; 5 nên ta có $\frac{x}{3} = \frac{y}{4} = \frac{z}{5} = k$ $\Rightarrow x = 3k; y = 4k; z = 5k$ Thay vào P ta có $P = \frac{2022.3k+2023.4k-2024.5k}{2022.3k-2023.4k+2024.5k}$ $= \frac{6066k+8092k-10120k}{6066k-8092k+10120k}$ $= \frac{4038k}{8094k} = \frac{2019}{4047}.$	0,5 1,0 0,5

	Ta có $\triangle IBE = \triangle IDC$ (cmt) $\Rightarrow BE = DC$ (hai cạnh tương ứng) Mà $AB = AD \Rightarrow AB + BE = AD + DC$ hay $AE = AC$ $\Rightarrow \triangle AEC$ cân tại A $\Rightarrow \widehat{AEC} = \frac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2}$ Lại có $AB = AD$ (gt) $\Rightarrow \triangle ABD$ cân tại A $\Rightarrow \widehat{ABD} = \frac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2}$ $\Rightarrow \widehat{AEC} = \widehat{ABD}$. Chúng ở vị trí đồng vị của hai đường thẳng BD và CE $\Rightarrow BD \parallel CE$ (đpcm)	0,5 0,5
4c (2,0đ)	Xét $\triangle AEH$ và $\triangle ACH$ có $\left. \begin{array}{l} AE = AC \text{ (cmt)} \\ AH \text{ chung} \\ EH = CH \text{ (gt)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AEH = \triangle ACH \text{ (c.c.c)}$ $\Rightarrow \widehat{EAH} = \widehat{CAH}$ (hai góc tương ứng) $\Rightarrow AH$ là phân giác của góc BAC Mà AI là phân giác của góc BAC $\Rightarrow AH$ trùng AI hay ba điểm A, I, H thẳng hàng	0,5 0,5
	Ta có $\triangle AEH = \triangle ACH$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{AHC}$ (hai góc tương ứng) Mà $\widehat{AHE} + \widehat{AHC} = 180^\circ$ (kề bù) $\Rightarrow \widehat{AHE} = \widehat{AHC} = 180^\circ : 2 = 90^\circ \Rightarrow AH \perp EC$ mà $EC \parallel BD$ $\Rightarrow AH \perp BD$ (đpcm)	0,5 0,5
4d (1,5đ)	Ta có $\triangle IBE = \triangle IDC$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{BEI} = \widehat{ACB}$ (hai góc tương ứng) và $BE = DC$ (hai cạnh tương ứng) Mà $\widehat{ABC} = \widehat{BEI} + \widehat{BIE}$ (Góc ngoài của $\triangle BEI$) $\Rightarrow 2. \widehat{ACB} = \widehat{ACB} + \widehat{BIE} \Leftrightarrow \widehat{ACB} = \widehat{BIE}$ hay $\widehat{BEI} = \widehat{BIE}$ $\Rightarrow \triangle BEI$ cân tại B $\Rightarrow BE = BI$ mà $BE = DC$ (cmt) $\Rightarrow BI = DC$ lại có $AB = AD$ (gt) $\Rightarrow AC = AD + DC = AB + BI$ (đpcm)	0,5 0,5

