

Bài 1 (4,0 điểm). Tính hợp lý giá trị biểu thức:

a) $A = \frac{-3}{5} \cdot \frac{7}{13} - \frac{3}{5} : \frac{13}{6} + 1\frac{3}{5}$

b) $B = \left(\frac{151515}{161616} + \frac{17^9}{17^{10}} \right) - \left(\frac{1500}{1600} - \frac{176}{187} \right)$

c) $C = \left(1 + \frac{1}{1.3} \right) \left(1 + \frac{1}{2.4} \right) \left(1 + \frac{1}{3.5} \right) \dots \left(1 + \frac{1}{2018.2020} \right)$

Bài 2 (3,0 điểm). Tìm số tự nhiên x, biết:

a) $|2x-1| \leq 4$

b) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+2015} = 2^{2019} - 8$

Bài 3 (3,0 điểm).

a) Một đơn vị bộ đội xếp hàng 20, 25, 30 đều dư 15; nhưng xếp hàng 41 thì vừa đủ. Tính số người của đơn vị đó, biết rằng số người của đơn vị chưa đến 1000 người.

b) Tìm các chữ số a và số tự nhiên x sao cho $(12+3x)^2 = \overline{1a96}$.

Bài 4 (4,0 điểm).

a) Tìm số nguyên tố có hai chữ số khác nhau có dạng $\overline{xy}$ ($x > y > 0$) sao cho hiệu của số đó với số viết theo thứ tự ngược lại của số đó là số chính phương.

b) Cho các số nguyên dương a; b; c; d; e thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2$ chia hết cho 2. Chứng tỏ rằng: $a + b + c + d + e$ là hợp số.

c) Cho $n \in \mathbb{Z}$, $n > 2$. Chứng tỏ rằng $P = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2-1}{n^2}$ không là số nguyên.

Bài 5 (5,0 điểm). Cho góc bẹt xOy, trên tia Ox lấy điểm A sao cho OA = 2cm, trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho OM = 1cm, OB = 4cm.

a) Chứng tỏ điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB.

b) Từ O kẻ hai tia Ot và Oz sao cho $\widehat{yOt} = 130^\circ$, $\widehat{yOz} = 30^\circ$. Tính số đo $\widehat{zOt}$.

c) Qua O kẻ thêm n tia phân biệt khác tia Ox, Oy, Ot, Oz. Biết rằng trên hình có 190 góc phân biệt chung gốc O. Tính n.

Bài 6 (1,0 điểm).

Cho $Q = \frac{1}{2}(7^{2020^{2018}} - 3^{2008^{2007}})$. Chứng minh Q là số tự nhiên chia hết cho 5.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:

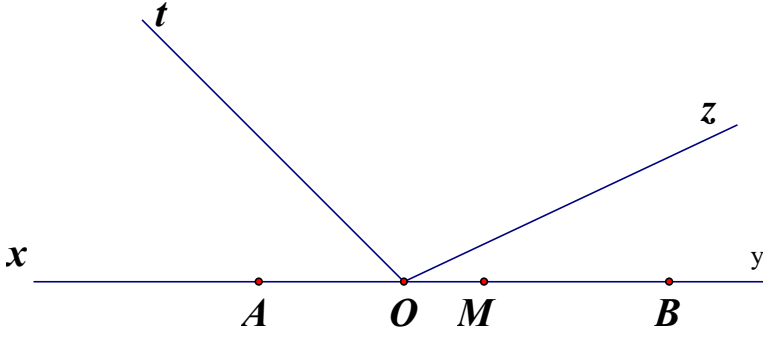
HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 6 – NĂM HỌC 2018-2019

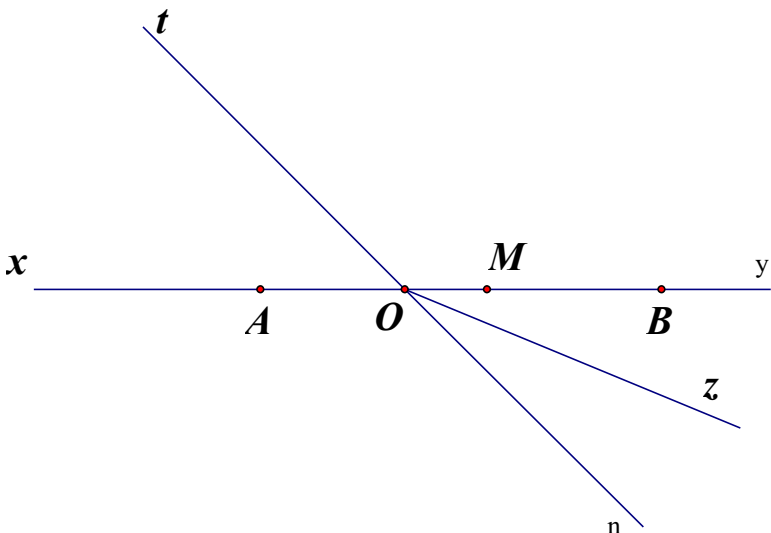
Câu	Nội dung	Điểm
1 (4,0đ)	Tính hợp lý giá trị biểu thức: a) $A = \frac{-3}{5} \cdot \frac{7}{13} - \frac{3}{5} : \frac{13}{6} + 1\frac{3}{5}$ b) $B = \left(\frac{151515}{161616} + \frac{17^9}{17^{10}} \right) - \left(\frac{1500}{1600} - \frac{176}{187} \right)$ c) $C = \left(1 + \frac{1}{1.3} \right) \left(1 + \frac{1}{2.4} \right) \left(1 + \frac{1}{3.5} \right) \dots \left(1 + \frac{1}{2018.2020} \right)$	
1a (1,5đ)	$A = \frac{-3}{5} \cdot \frac{7}{13} - \frac{3}{5} : \frac{13}{6} + 1\frac{3}{5}$	0,25
	$A = \frac{-3}{5} \cdot \frac{7}{13} + \frac{-3}{5} \cdot \frac{6}{13} + 1\frac{3}{5}$	0,25
	$A = \frac{-3}{5} \cdot \left(\frac{7}{13} + \frac{6}{13} \right) + 1\frac{3}{5}$	0,25
	$A = \frac{-3}{5} \cdot \frac{13}{13} + 1\frac{3}{5}$	0,25
	$A = \frac{-3}{5} + 1 + \frac{3}{5}$	
	$A = \left(\frac{-3}{5} + \frac{3}{5} \right) + 1$	0,25
	$A = 1$	
	Vậy $A = 1$	0,25
1b (1,5đ)	$B = \left(\frac{15.10101}{16.10101} + \frac{1}{17} \right) - \left(\frac{15.100}{16.100} - \frac{16.11}{17.11} \right)$	0,25
		0,25
	$B = \frac{15}{16} + \frac{1}{17} - \frac{15}{16} + \frac{16}{17}$	0,25
	$B = \left(\frac{15}{16} - \frac{15}{16} \right) + \left(\frac{1}{17} + \frac{16}{17} \right)$	0,25
	$B = 0 + 1 = 1$	0,25
	Vậy $B = 1$	0,25
1c	$C = \left(1 + \frac{1}{1.3} \right) \left(1 + \frac{1}{2.4} \right) \left(1 + \frac{1}{3.5} \right) \dots \left(1 + \frac{1}{2018.2020} \right)$ $C = \frac{2^2}{1.3} \cdot \frac{3^2}{2.4} \cdot \frac{4^2}{3.5} \dots \frac{2019^2}{2018.2020}$	0,25

(1,0đ)	$C = \frac{(2.3.4...2019).(2.3.4...2019)}{(1.2.3...2018).(3.4.5...2020)}$	0,25
	$C = \frac{2019.2}{2020} = \frac{2019}{1010}$	0,25
	Vậy $C = \frac{2019}{1010}$	0,25
2 (3,0đ)	Tìm số tự nhiên x, biết: a) $ 2x-1 \leq 4$ b) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + \dots + 2^{x+2015} = 2^{2019} - 8$	
2a (1,5đ)	Vì $x \in \mathbb{N}$ nên $2x-1 \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2x-1 \in \mathbb{N}$ Mà $ 2x-1 \leq 4$ và $ 2x-1 $ lẻ nên $ 2x-1 \in \{1; 3\}$	0,25
	TH1: $ 2x-1 = 1 \Rightarrow 2x-1=1$ hoặc $2x-1 = -1$	0,25
	Tìm được $x=1$ hoặc $x=0$	0,25
	TH2: $ 2x-1 = 3 \Rightarrow 2x-1=3$ hoặc $2x-1 = -3$	0,25
	Tìm được $x=2$ hoặc $x=-1$	0,25
	Vì $x \in \mathbb{N}$. Vậy $x \in \{0; 1; 2\}$	0,25
2b (1,5đ)	$2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} + \dots + 2^{x+2015} = 2^{2019} - 8$	
	$2^x.1 + 2^x.2 + 2^x.2^2 + 2^x.2^3 + \dots + 2^x.2^{2015} = 2^{2019} - 2^3$	0,25
	$2^x.(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2015}) = 2^3.(2^{2016} - 1).$	0,25
	Đặt $D = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2015}$	0,25
	Ta được $2.D = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2016}$	0,25
	Suy ra $D = 2^{2016} - 1$	
	Vậy ta có $2^x.(2^{2016} - 1) = 2^3.(2^{2016} - 1).$ $\Rightarrow 2^x = 2^3 \Rightarrow x = 3.$	0,25
	Vậy $x = 3$	0,25
3 (3,0đ)	a) Một đơn vị bộ đội xếp hàng 20, 25, 30 đều dư 15; nhưng xếp hàng 41 thì vừa đủ. Tính số người của đơn vị đó, biết rằng số người của đơn vị chưa đến 1000 người. b) Tìm các chữ số a và số tự nhiên x sao cho $(12+3x)^2 = \overline{1a96}.$	
3a (2,0đ)	Gọi số người của đơn vị là a (người), ($a \in \mathbb{N}; 0 < a < 1000$)	0,25
	Khi xếp hàng 20, 25, 30 đều dư 15 người, do đó $(a-15) \in BC(20; 25; 30)$	0,5
	$BCNN(20; 25; 30) = 300$	0,25

	$\Rightarrow (a - 15) \in B(300) = \{0; 300; 600; 900; 1200; \dots\}$	0,25
	$\Rightarrow a \in \{15; 315; 615; 915; 1215; \dots\}$	0,25
	Do khi xếp hàng 41 vừa đủ nên $a:41; 0 < a < 1000$ Suy ra $a = 615$	0,25
	KL: Số người của đơn vị là 615 người.	0,25
3b (1,0đ)	Ta có: $(12+3x)^2 = [3(4+x)]^2 = 9(4+x)^2$ Mà $(12+3x)^2 = \overline{1a96}$ nên $\overline{1a96} : 9$	0,25
	Ta có $\overline{1a96} : 9 \Leftrightarrow (1+a+9+6) : 9$ $\Leftrightarrow (16+a) : 9$ Mà a là chữ số nên $a=2$	0,25
	$\Rightarrow 9(4+x)^2 = 1296$ $\Rightarrow (4+x)^2 = 1296:9$ $\Rightarrow (4+x)^2 = 144 = 12^2 = (-12)^2$ Mà x là số tự nhiên nên $x+4 > 0$, suy ra: $4+x = 12 \Rightarrow x=8$	0,25
	Vậy $a=2; x=8$	0,25
4 (4,0đ)	a) Tìm số nguyên tố có hai chữ số khác nhau có dạng $\overline{xy}$ ($x > y > 0$) sao cho hiệu của số đó với số viết theo thứ tự ngược lại của số đó là số chính phương. b) Cho các số nguyên dương a; b; c; d; e thỏa mãn: $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2$ chia hết cho 2. Chứng tỏ rằng: $a + b + c + d + e$ là hợp số. c) Cho $n \in \mathbb{Z}, n > 2$. Chứng tỏ rằng $P = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$ không là số nguyên.	
4a (1,5đ)	Ta có: Số nguyên tố có hai chữ số khác nhau cần tìm có dạng $\overline{xy}$ ($x > y > 0$). Nên số viết theo thứ tự ngược lại của số đó là $\overline{yx}$	0,25
	Theo bài ra: $\overline{xy} - \overline{yx} = (10x + y) - (10y + x) = 9x - 9y = 9(x - y) = 3^2(x - y)$	0,25
	Vì $\overline{xy} - \overline{yx}$ là số chính phương nên $x - y$ là số chính phương Ta thấy $1 \leq x - y \leq 8$ nên $x - y \in \{1; 4\}$	0,25
	+) $x - y = 1$ thì $\overline{xy} \in \{21; 32; 43; 54; 65; 76; 87; 98\}$ Mặt khác $\overline{xy}$ là số nguyên tố $\Rightarrow \overline{xy} = 43$	0,25

	+) $x - y = 4$ thì $\overline{xy} \in \{51; 62; 73; 84; 95\}$ Mặt khác $\overline{xy}$ là số nguyên tố $\Rightarrow \overline{xy} = 73$	0,25
	Thử lại: $43 - 34 = 9 = 3^2$; $73 - 37 = 36 = 6^2$ Vậy $\overline{xy} = 43$ hoặc $\overline{xy} = 73$	0,25
4b (1,0đ)	Đặt $E = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2$ $F = a + b + c + d + e$ Xét $E + F = (a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2) + (a + b + c + d + e)$ $= (a^2 + a) + (b^2 + b) + (c^2 + c) + (d^2 + d) + (e^2 + e)$ $= a.(a+1) + b.(b+1) + c.(c+1) + d.(d+1) + e.(e+1)$	0,25
	Chỉ ra được với n là số nguyên thì tích hai số nguyên liên tiếp $n(n+1)$ là số chia hết cho 2 $a.(a+1) + b.(b+1) + c.(c+1) + d.(d+1) + e.(e+1)$ chia hết cho 2	0,25
	Do đó $E + F$ chia hết cho 2 Theo đề bài E chia hết cho 2, suy ra F chia hết cho 2	0,25
	Do $a; b; c; d; e$ là số nguyên dương $F = a + b + c + d + e \geq 5 > 2$ Kết luận $F = a + b + c + d + e$ là hợp số	0,25
4c (1,5đ)	$P = \frac{3}{4} + \frac{8}{9} + \frac{15}{16} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2} = \frac{2^2 - 1}{2^2} + \frac{3^2 - 1}{3^2} + \frac{4^2 - 1}{4^2} + \dots + \frac{n^2 - 1}{n^2}$ $= 1 - \frac{1}{2^2} + 1 - \frac{1}{3^2} + 1 - \frac{1}{4^2} + \dots + 1 - \frac{1}{n^2}$ $= (1 + 1 + 1 + \dots + 1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right)$ $= (n - 1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right)$	0,25
	$\forall i \quad \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} > 0 \Rightarrow P < n - 1$ (1)	0,25
	Nhận xét: $\frac{1}{2^2} < \frac{1}{1.2}$; $\frac{1}{3^2} < \frac{1}{2.3}$; $\frac{1}{4^2} < \frac{1}{3.4}$; ...; $\frac{1}{n^2} < \frac{1}{(n-1).n}$ $\Rightarrow \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{(n-1).n}$	0,25
	Ta có: $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{(n-1).n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = 1 - \frac{1}{n} < 1$	0,25
	$\Rightarrow P = (n - 1) - \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) > (n - 1) - 1 = n - 2. \Rightarrow S > n - 2$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra $n - 2 < S < n - 1$, mà $n - 2$ và $n - 1$ là số nguyên liên tiếp. Do đó S không là số nguyên.	0,25

5 (5,0đ)	Cho góc bẹt xOy, trên tia Ox lấy điểm A sao cho OA = 2 cm, trên tia Oy lấy hai điểm M và B sao cho OM = 1 cm, OB = 4 cm. a) Chứng tỏ điểm M là trung điểm của đoạn thẳng AB. b) Từ O kẻ hai tia Ot và Oz sao cho $\widehat{yOt} = 130^\circ$, $\widehat{yOz} = 30^\circ$. Tính số đo $\widehat{zOt}$. c) Qua O kẻ thêm n tia phân biệt khác tia Ox, Oy, Ot, Oz. Biết rằng trên hình có 190 góc chung gốc O. Tính số tia n kẻ thêm.	
5a (1,75đ)	HS vẽ hình 	0,25
	Trên tia Oy có OM = 1 cm < OB = 4 cm Nên điểm M nằm giữa hai điểm O và B	0,25
	$\Rightarrow OM + MB = OB$ $\Rightarrow MB = OB - OM = 4 - 1 = 3\text{cm}$	0,25
	Vì A nằm trên tia Ox, M nằm trên tia Oy mà Ox và Oy đối nhau nên điểm O nằm giữa 2 điểm A và M	0,25
	$\Rightarrow OM + OA = MA$ $\Rightarrow MA = 2 + 1 = 3\text{ cm}$ Suy ra MA=MB (3)	0,25
	Ta có A, B nằm trên hai tia đối nhau, M lại nằm giữa O và B nên M nằm giữa A và B (4)	0,25
	Từ (3) và (4) suy ra M là trung điểm đoạn AB.	0,25
5b (2,0đ)	TH1: Hai tia Ot, Oz thuộc cùng 1 nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng xy  Ta có: $\widehat{yOz} < \widehat{yOt}$ nên tia Oz nằm giữa hai tia Oy và Ot $\Rightarrow \widehat{yOz} + \widehat{zOt} = \widehat{yOt}$ Thay số có $\widehat{zOt} = 100^\circ$ TH2: Hai tia Ot, Oz nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ là đường thẳng xy	0,25 0,25 0,25 0,25

		0,25
	Kẻ tia On là tia đối của tia Ot Góc $\widehat{yOt}$ và $\widehat{yOn}$ là hai góc kề bù Suy ra $\widehat{yOn} = 50^\circ$	0,25
	Vì Ot và On là hai tia đối nhau Nên Ot và On nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ đường thẳng xy Mà Ot và Oz nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ là đường thẳng xy Suy ra On và Oz cùng nằm trên một nửa mặt phẳng bờ đường thẳng xy Vì $\widehat{yOz} < \widehat{yOn}$ (vì $30^\circ < 50^\circ$) $\Rightarrow$ Tia Oz nằm giữa hai tia Oy và On $\Rightarrow \widehat{yOz} + \widehat{zOn} = \widehat{yOn}$ $\Rightarrow \widehat{zOn} = 20^\circ$	0,25
	Vì Ot và On là hai tia đối nhau Nên $\widehat{tOz}$ và $\widehat{zOn}$ kề bù Suy ra $\widehat{tOz} = 160^\circ$	0,25
5c (1,25đ)	Trên hình có $x = n+4$ tia phân biệt chung gốc O.	0,25
	Ta có mỗi tia kết hợp với $x-1$ tia còn lại tạo thành $x-1$ góc. x tia như thế tạo thành $x(x-1)$ góc.	0,25
	Nhưng mỗi góc đã được tính hai lần nên số góc thực tế vẽ được là $\frac{x(x-1)}{2}$ góc.	0,25
	Theo bài ra ta có $\frac{x(x-1)}{2} = 190 \Rightarrow x(x-1) = 380 = 20 \cdot 19$	0,25
	Vì $x-1$ và x là hai số tự nhiên liên tiếp và $x > x-1$ nên $x = 20$ $\Rightarrow n = 16$ Vậy $n = 16$	0,25

6 (1,0đ)	Cho $Q = \frac{1}{2}(7^{2020^{2018}} - 3^{2008^{2007}})$. Chứng minh Q là số tự nhiên chia hết cho 5.	
	Vì 2020 ; 2008 đều là bội của 4 nên 2020^{2018} và 2008^{2007} cũng là bội của 4 $\Rightarrow 2020^{2018} = 4.m (m \in \mathbb{N}^*)$; $2008^{2007} = 4.n (n \in \mathbb{N}^*)$	0,25
	Khi đó $7^{2020^{2018}} - 3^{2008^{2007}} = 7^{4m} - 3^{4n} = (7^4)^m - (3^4)^n = (\dots 1) - (\dots 1) = \dots 0$	0,25
	Suy ra $Q = \frac{1}{2}(7^{2020^{2018}} - 3^{2008^{2007}})$ là một số có tận cùng là 0 hoặc 5	0,25
	Suy ra Q là số tự nhiên chia hết cho 5.	0,25

Lưu ý :

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày những ý cơ bản của một cách giải, nếu học sinh có cách giải khác mà đúng thì Giám khảo vẫn cho điểm nhưng không vượt quá thang điểm của mỗi ý đó.
- Phần hình học, học sinh không vẽ hình thì không cho điểm.
- HS làm đến đâu cho điểm tới đó và cho điểm lẻ đến 0,25. Tổng điểm toàn bài bằng tổng điểm của các câu không làm tròn.