

ĐỀ CHÍNH THỨCMôn thi: **TOÁN**

Ngày thi: 14/5/2024

Thời gian làm bài: 120 phút

Câu I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{4\sqrt{x}}{x-9}$ với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 9$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.
- 2) Rút gọn biểu thức $P = A.B$.
- 3) Tìm các số tự nhiên x để P nhận giá trị âm.

Câu II (2,0 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một đoàn xe vận tải dự định điều một số xe cùng loại để vận chuyển 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành đoàn xe được giao thêm 14 tấn hàng nữa. Do đó đoàn xe phải điều thêm 2 xe cùng loại trên và mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn. Tìm số lượng xe phải điều theo dự định, biết mỗi xe đều chở số lượng hàng như nhau và mỗi xe chở không quá 3,5 tấn hàng.

2) Một chiếc bình thủy tinh có dạng hình trụ với đường kính đáy là 6cm và chiều cao là 22cm. Tính thể tích của chiếc bình (coi độ dày của thành bình không đáng kể và lấy $\pi \approx 3,14$).

Câu III (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{3}{x+2} + \sqrt{y-9} = 5 \\ \frac{2}{x+2} - 3\sqrt{y-9} = -4 \end{cases}$$

- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng $(d): y = (m+2)x - m + 4$ và parabol $(P): y = x^2$
 - a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt.
 - b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$

sao cho $\frac{x_1-2}{x_2} + \frac{x_2-2}{x_1} = m$.

Câu IV (3,0 điểm) Cho đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$. Gọi C là trung điểm của OA , qua C kẻ dây MN của (O) vuông góc với OA tại C . Gọi K là điểm tùy ý trên cung nhỏ BM , H là giao điểm của AK và MN . Tia BK cắt đường thẳng MN tại điểm P .

- 1) Chứng minh tứ giác $BCHK$ là tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh $\widehat{MHK} = \widehat{ANK}$.
- 3) Chứng minh $\triangle AMH$ đồng dạng với $\triangle AKM$ và $HM.PN = HN.PM$.

Câu V (0,5 điểm)

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 - a + \frac{2}{a^2 + 1} + 2024$.

-----**HẾT**-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Họ tên và chữ kí của cán bộ coi thi số 1:

Họ tên và chữ kí của cán bộ coi thi số 2:

Môn thi: **TOÁN**
Ngày thi: 14/5/2024
Thời gian làm bài: 120 phút

HƯỚNG DẪN CHẤM

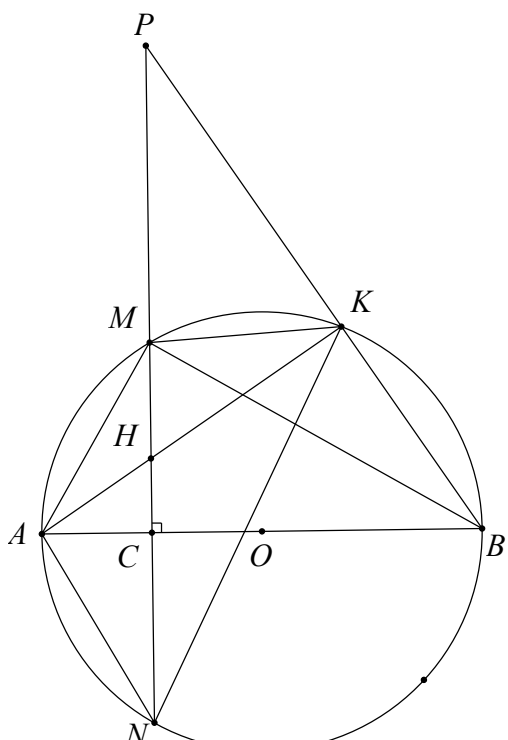
(gồm 04 trang)

HƯỚNG DẪN CHUNG

- +) Điểm toàn bài để lẻ đến 0,25.
- +) Các cách làm khác nếu đúng vẫn cho điểm tương ứng với biểu điểm của hướng dẫn chấm.
- +) Các tình huống phát sinh trong quá trình chấm do Hội đồng chấm thi quy định, thống nhất bằng biên bản.

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
I	1	Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$	0,5
		Thay $x = 25$ (tmđk) vào biểu thức A	0,25
		Tính được $A = \frac{\sqrt{25} + 3}{\sqrt{25} - 1} = 2$	0,25
	2	Rút gọn biểu thức P biết $P = A.B$	1,0
		$A.B = \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 1} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 3)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} - \frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} \right)$	0,5
		$= \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{x - \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}$	
		$= \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 1} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}$	0,25
		$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3}$	0,25
	3	Tìm giá trị của x để P nhận giá trị âm.	0,5
		$P < 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} < 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} \neq 0 \\ \sqrt{x} - 3 < 0 \end{cases}$	
II	1	$\sqrt{x} \neq 0 \Rightarrow x > 0$	0,25
		$\sqrt{x} - 3 < 0 \Rightarrow x < 9$	
		Kết hợp Đkxd: $x \in \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$	0,25
		Tìm số lượng xe phải điều theo dự định	1,5
		Goi số xe ban đầu là x ($x \in \mathbb{N}^*$)	0,25
		Số hàng ban đầu mỗi xe dự định chở là $\frac{40}{x}$ (tấn)	0,25
		Số xe sau khi được bổ sung là $x + 2$ (xe)	

III		Số hàng thực tế mỗi xe chở là $\frac{54}{x+2}$ (tấn)	
		Lập luận để có phương trình $\frac{54}{x+2} - \frac{40}{x} = \frac{1}{2}$	0,5
		$\Leftrightarrow x^2 - 26x + 160 = 0$	
		Giải phương trình được $x = 10$ hoặc $x = 16$	0,25
		Do mỗi xe chở không quá 3,5 tấn nên số xe ban đầu là 16 xe	0,25
	2	Hoa có thể đựng được 500ml nước trong bình của mình hay không	0,5
		Thể tích của bình nước là: $V = \pi r^2 h$	0,25
		$V \approx 3,14 \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 \cdot 22 = 621,72 (cm^3)$	0,25
		Vậy thể tích của bình khoảng 621,72 cm ³	
	1	Giải hệ phương trình	1,0
		ĐKXD: $x \neq -2; y \geq 9$	0,25
		$\begin{cases} \frac{3}{x+2} + \sqrt{y-9} = 5 \\ \frac{2}{x+2} - 3\sqrt{y-9} = -4 \end{cases}$ Đặt $\frac{1}{x+2} = a; \sqrt{y-9} = b$	0,25
		Giải hệ $\begin{cases} 3a + b = 5 \\ 2a - 3b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$	
		$\begin{cases} \frac{1}{x+2} = 1 \\ \sqrt{y-9} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 13 \end{cases}$	0,25
		Đối chiếu ĐK và kết luận: Vậy hệ pt có nghiệm là (x; y) là (-1; 13)	0,25
	2	a) Chứng minh rằng đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt.	0,75
		Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) $x^2 = (m+2)x - m + 4 \Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + m - 4 = 0$	0,25
		Tính được $\Delta = m^2 + 20$	0,25
		$\Delta > 0 \forall m$ nên suy ra đpcm	0,25
		b) Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt	0,75
		$A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho $\frac{x_1 - 2}{x_2} + \frac{x_2 - 2}{x_1} = m$	
		Theo Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m + 2 \\ x_1 x_2 = m - 4 \end{cases}$ $\frac{x_1 - 2}{x_2} + \frac{x_2 - 2}{x_1} = m$ ĐK: $x_1 x_2 \neq 0 \Rightarrow m \neq 4$	0,25

		$\frac{x_1 - 2}{x_2} + \frac{x_2 - 2}{x_1} = m \Leftrightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2 - 2(x_1 + x_2)}{x_1 x_2} = m$ $\Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2)}{x_1 x_2} = m$ $\Rightarrow \frac{(m+2)^2 - 2(m-4) - 2(m+2)}{m-4} = m$	0,25
		Giải được $m = -2(t / m)$ và kết luận	0,25
			
IV	1	Chứng minh tứ giác BCHK là tứ giác nội tiếp	1,0
		Vẽ hình đúng đến câu a	0,25
		Chứng minh $\widehat{HKB} = 90^\circ$	0,25
		Xét tứ giác BCHK có: $\widehat{HCB} + \widehat{HKB} = 180^\circ$	
		Mà hai góc này ở vị trí đối nhau	0,25
		$\Rightarrow$ Tứ giác BCHK nội tiếp	0,25
	2	Chứng minh $\widehat{MHK} = \widehat{ANK}$.	1,0
		Chứng minh $\widehat{MHK} = \widehat{KBC}$	0,5
		Chứng minh $\widehat{KBC} = \widehat{ANK}$	0,25
		Suy ra $\widehat{MHK} = \widehat{ANK}$	0,25
	3	Chứng minh ΔAMH đồng dạng với ΔAKM và $HM.PN = HN.PM$.	1,0
		Chứng minh cung AM= cung AN.	0,25
		Chứng minh ΔAMH đồng dạng với ΔAKM	0,25

	Chứng minh KH là tia phân giác $\widehat{MKN}$ suy ra: $\frac{HM}{HN} = \frac{KM}{KN}$ Chứng minh KP là tia phân giác ngoài $\widehat{MKN}$ suy ra: $\frac{PM}{PN} = \frac{KM}{KN}$ Từ đó suy ra $HM.PN = HN.PM$	0,25 0,25
V	Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 - a + \frac{2}{a^2 + 1} + 2024$	0,5
	$2P = 2a^2 - 2a + \frac{4}{a^2 + 1} + 4048$ $= (a^2 - 2a + 1) + \left[(a^2 + 1) + \frac{4}{a^2 + 1} \right] + 4046$ +) $a^2 - 2a + 1 = (a - 1)^2 \geq 0$, dấu bằng xảy ra khi $a = 1$.	0,25
	+) $(a^2 + 1) + \frac{4}{a^2 + 1} \geq 2\sqrt{(a^2 + 1) \cdot \frac{4}{a^2 + 1}} = 4$, dấu bằng xảy ra khi $a^2 + 1 = \frac{4}{a^2 + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -1 \end{cases}$. Do đó $2P \geq 4050 \Leftrightarrow P \geq 2025$ Vậy GTNN của P bằng 2025 khi $a = 1$.	0,25