SỞ GD&ĐT HÀ GIANG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THCS
NĂM HỌC 2023 – 2024
Môn thi: TOÁN
Ngày thi: 29/3/2024
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1 (4,0 điểm)

a) Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}+2024}{x+2\sqrt{x}+1}-\dfrac{\sqrt{x}-2024}{x-1}\right)\left(1+\dfrac{\sqrt{x}}{2}+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)$, với $x>0$ và $x\neq 1$. Rút gọn và tính giá trị của biểu thức P tại $x=2024+2\sqrt{2023}$.

b) Cho x,y,z là các số thực không âm thỏa mãn $xy+yz+zx=4$ và $x^2+y^2+z^2=(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2$. Tính giá trị của biểu thức $T=x+y+z$.

Câu 2 (4,0 điểm)

a) Cho phương trình $x^2-2mx-m-4=0$ (với m là tham số). Chứng minh phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi giá trị của m. Tìm m để biểu thức $P=x_1^2+x_2^2-6x_1x_2+2024$ đạt giá trị nhỏ nhất.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^2-2y^2-xy+x+y=0\\ \sqrt{x-1}+\sqrt{y-2}=3\end{cases}$

Câu 3 (3,0 điểm). Cho a,b,c là các số nguyên, đôi một nguyên tố cùng nhau thỏa mãn $(a-c)(b-c)=c^2$. Chứng minh tích abc là số chính phương.

Câu 4 (4,0 điểm). Cho a,b là các số thực không âm thỏa mãn điều kiện $a+b=3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(a^4+1)(b^4+1)-4ab$.

Câu 5 (5,0 điểm). Cho tam giác ABC không cân ($AB<AC$), nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi AD $(D\in BC)$ là đường cao của tam giác ABC, AM là đường kính của đường tròn tâm O, K là hình chiếu của B lên AM.

a) Chứng minh $ABDK$ là tứ giác nội tiếp và DK vuông góc với AC.

b) Gọi E,F lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng BD, CM.

Chứng minh $\widehat{AEF}=90°$.

---------- **HẾT** ----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu; Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: .....**SBD:** .....

Chữ ký giám thị 1:.....**Chữ ký giám thị 2:**.....