SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH BÀ RỊA-VŨNG TÀU

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP TỈNH
NĂM HỌC 2023 - 2024

MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài thi: 150 phút
Ngày thi: 16/04/2024
(Đề thi có 01 trang)

Câu 1 (3,0 điểm):

1) Rút gọn biểu thức $P=\dfrac{1}{x^2-\sqrt{x}}:\dfrac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}$ với $0<x\neq 1$.

2) Tính giá trị biểu thức $A=x^3-3x^2+2035$ với $x=1-\sqrt[3]{\dfrac{9+\sqrt{77}}{2}}-\sqrt[3]{\dfrac{9-\sqrt{77}}{2}}$.

Câu 2 (3,0 điểm):

1) Giải phương trình $(2x-3)\sqrt{x+2}=x^2-2x+2$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} xy(x+y)=2 \\ x^3+y^3+6=8x^2y^2 \end{cases}$.

Câu 3 (3,0 điểm):

1) Tìm tất cả cặp số nguyên dương $(m;n)$ thỏa mãn $9^m+4=n(2n+7)$.

2) Tìm tất cả các số tự nhiên a,b sao cho tồn tại số nguyên tố p thỏa mãn

$(1+ab)p^2+(a^2-b^2-b)p=a(1+b)$.

Câu 4 (4,0 điểm):

1) Cho phương trình ẩn x: $x^2+(m+1)x+2m-3=0$ (1) .Tìm tất cả giá trị tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 và $\sqrt{x_1^2+2024}-x_1=x_2+\sqrt{x_2^2+2024}$.

2) Cho các số thực a,b,c thay đổi sao cho $1\le a;b;c\le 2$ và $abc\le 4$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $S=\dfrac{a}{b^2+5}+\dfrac{b}{c^2+5}+\dfrac{c}{a^2+5}$.

Câu 5 (5,0 điểm): Cho nửa đường tròn (O) đường kính $AB=2R$. Trên đoạn OA lấy điểm C sao cho $AC=\dfrac{2}{3}R$. Đường thẳng qua C và vuông góc OA cắt (O) tại điểm D. Trên cung BD lấy điểm M (M khác B và D). Hai tiếp tuyến của (O) tại M và B có giao điểm K, KM cắt CD tại điểm E. Kẻ MH vuông góc với AB tại H, AM cắt CD tại F và AK cắt MH tại J.

1) Chứng minh ΔMEF cân. Tính giá trị nhỏ nhất của $3AF+MF$ khi M di động trên cung BD.
2) Chứng minh J là trung điểm của đoạn MH.
3) Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp ΔFMD thuộc BD. Tìm vị trí M để tứ giác $MDFO$ nội tiếp.

Câu 6 (2,0 điểm): Cho tam giác ABC vuông tại A, $AC=2AB$. Gọi $(B),(C)$ lần lượt là các đường tròn tâm B,C và cùng đi qua A. (B) và (C) còn cắt nhau tại điểm D khác A. Hai điểm M,N lần lượt di động trên cung lớn AD của (B), (C) sao cho $\widehat{MAN}=30^0$. Gọi P là giao điểm của hai tia BM,CN. Chứng minh rằng:

1) Số đo $\widehat{BPC}$ không đổi.
2) Đường tròn ngoại tiếp ΔPMN luôn đi qua một điểm cố định.

-----------HẾT-----------