

**A. LÝ THUYẾT****I. Đại số:**

- Căn thức bậc hai và các phép biến đổi.
- Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai.
- Căn bậc ba.
- Hàm số bậc nhất.

II. Hình học:

- Hệ thức lượng trong tam giác vuông.
- Đường tròn.

B. BÀI TẬP THAM KHẢO**PHẦN I: ĐẠI SỐ****Dạng 1: Rút gọn biểu thức****Bài 1: Rút gọn biểu thức**

a) $A = 2\sqrt{28} + \sqrt[3]{-27} - \frac{3\sqrt{175}}{\sqrt{7}}$

d) $D = \left(\frac{\sqrt{15} - \sqrt{20}}{2 - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{21} - \sqrt{7}}{1 - \sqrt{3}} \right) : \frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}}$

b) $B = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5} - 2}$

e) $E = \sin^2 37^\circ + \cos^2 37^\circ + \tan 58^\circ - \cot 58^\circ$

c) $C = \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{5})^2} - \sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} + \frac{3}{\sqrt{3}}$

f) $F = \left(1 + \frac{1}{\tan^2 25^\circ} \right) \cdot \sin^2 25^\circ - \tan 55^\circ \cdot \tan 35^\circ$

Bài 2: Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$ và $B = \frac{x + 1}{x - \sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x} - 1}$ với $x > 0, x \neq 1$

- Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 25$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức B nhận giá trị nguyên.
- Cho $P = B:A$. So sánh giá trị của biểu thức P và 1.

Bài 3: Cho hai biểu thức: $P = \frac{x + 7}{3\sqrt{x}}$ và $Q = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{7\sqrt{x} + 3}{9 - x}$ với $x > 0, x \neq 9$

- Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 4$.

b) Chứng minh $Q = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$.

- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = P \cdot Q$.

Bài 4: Cho biểu thức: $E = \left(\frac{\sqrt{x}}{x\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{\sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} + 1}$

- Rút gọn E .
- Tìm x để $E < 1$.
- Tìm x để $E = \sqrt{x}$.
- Tìm số tự nhiên x để E là số tự nhiên.
- Với $x > 1$ so sánh E với $\sqrt{E}$.

Dạng 2: Giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình

Bài 5: Giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình

a) $\sqrt{4-5x} = 12$

$$\text{d) } \sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4$$

b) $\sqrt{x^2 - 2x + 4} = 2x - 2$

e) $\sqrt{9x-9} - 2\sqrt{x-1} < 8$

c) $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = 2x - 1$

f) $\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} > 2$

Dạng 3: Hàm số và đồ thị hàm số bậc nhất

Bài 6: Cho hàm số $y = (2m - 3)x - 1$ (d). Tìm m để:

- a) Hàm số là hàm số bậc nhất.
b) Hàm số là hàm số bậc nhất đồng biến; nghịch biến.
c) Đồ thị của (d) đi qua điểm $A(-2; -3)$.
d) Đường thẳng (d) song song với đường thẳng (d') : $y = (-m + 2)x + 2m$.
e) Đường thẳng (d) đồng quy với đường thẳng (d_1) : $y = 2x - 4$ và đường thẳng (d_2) : $y = x + 1$.
f) Chứng minh (d) luôn đi qua một điểm cố định không phụ thuộc giá trị của m .

Bài 7: Cho hàm số $y = (m - 1)x + m - 3$ (d) (với m là tham số, $m \neq 1$)

- a) Khi $m = 0$, hãy vẽ đồ thị hàm số (d) trên mặt phẳng tọa độ Oxy .
b) Tìm m để đồ thị hàm số (d) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.
c) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đồ thị hàm số (d) với hai trục tọa độ Ox và Oy .
Tìm m sao cho tam giác OAB cân.

Bài 8: Cho hàm số $y = (m - 2)x + 2$ có đồ thị là đường thẳng (d) .

- a) Tìm m để (d) cắt đường thẳng $y = 2mx$ tại một điểm nằm bên phải trục tung.
b) Với $m \neq 2$, tìm m để (d) cắt hai trục tọa độ tạo thành tam giác có diện tích bằng 5.
c) Với $m \neq 2$, tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ tới (d) bằng 1.

Bài 9: Viết phương trình đường thẳng thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

- a) Đi qua hai điểm $A(2;2)$ và $B(3;-3)$.
b) Cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3, cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.
c) Song song với đường thẳng $y = 3x + 1$ và đi qua điểm $M(4;-5)$.

PHẦN II: HÌNH HỌC

Bài 10: Một cột cờ vuông góc với mặt đất. Tại thời điểm cột cờ có bóng dài 15m thì tia nắng của mặt trời tạo với mặt đất một góc 35° . Tính chiều cao của cột cờ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Bài 11: Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Vẽ hai tiếp tuyến Ax, By với (O) . Trên đường tròn (O) lấy điểm M sao cho $MA > MB$. Tiếp tuyến tại M của (O) cắt Ax tại C và cắt By tại D .

- a) Chứng minh: $\widehat{CD} = AC + BD$.
b) Chứng minh: $\widehat{COD} = 90^\circ$ và tính tích $AC.BD$ theo R .
c) Đường thẳng BC cắt (O) tại F . Gọi T là trung điểm của BF , vẽ tia OT cắt By tại E . Chứng minh: EF là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

Bài 12: Cho điểm E thuộc nửa đường tròn tâm O, đường kính MN. Kẻ tiếp tuyến tại N của nửa đường tròn tâm O, tiếp tuyến này cắt đường thẳng ME tại D.

- Chứng minh rằng: $\triangle MEN$ vuông tại E. Từ đó chứng minh $DE \cdot DM = DN^2$.
- Từ O kẻ OI vuông góc với ME ($I \in ME$). Chứng minh rằng: 4 điểm O; I; D; N cùng thuộc một đường tròn.
- Vẽ đường tròn đường kính OD, cắt nửa đường tròn tâm O tại điểm thứ hai là A. Chứng minh rằng: DA là tiếp tuyến của nửa đường tròn tâm O.
- Chứng minh rằng $\widehat{DEA} = \widehat{DAM}$.

Bài 13: Cho đường tròn (O; R) đường kính AB. Vẽ tiếp tuyến Bx của (O). Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB có chứa Bx, lấy điểm M thuộc (O) (M khác A và B) sao cho $MA > MB$. Tia AM cắt Bx tại C. Từ C kẻ tiếp tuyến thứ hai CD với (O) (D là tiếp điểm).

- Chứng minh $OC \perp BD$.
- Chứng minh bốn điểm O, B, C, D cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh $\widehat{CMD} = \widehat{CDA}$.
- Kẻ MH vuông góc với AB tại H. Tìm vị trí của M để chu vi $\triangle OMH$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 14: Cho đường tròn (O; R) cố định. Từ điểm M nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OM và AB.

- Chứng minh OM vuông góc với AB và $OH \cdot OM = R^2$.
- Từ M kẻ cát tuyến MNP với đường tròn (N nằm giữa M và P), gọi I là trung điểm của NP (I khác O). Chứng minh 4 điểm A, M, O, I cùng thuộc một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.
- Qua N kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O), cắt MA và MB theo thứ tự ở C và D. Biết $MA = 5\text{cm}$, tính chu vi tam giác MCD.
- Qua O kẻ đường thẳng d vuông góc với OM, cắt tia MA và MB lần lượt tại E và F. Xác định vị trí của M để diện tích tam giác MEF nhỏ nhất.

Bài 15: Cho điểm M thuộc nửa đường tròn (O; R), đường kính AB (M khác A và B). Gọi E và F lần lượt là trung điểm của MA và MB.

- Chứng minh rằng: tứ giác MEOF là hình chữ nhật.
- Tiếp tuyến tại M của nửa đường tròn (O; R) cắt các đường thẳng OE và OF lần lượt tại C và D. Chứng minh: CA tiếp xúc với nửa đường tròn (O; R). Tính độ dài đoạn thẳng CA khi $R = 3\text{cm}$ và $\widehat{MAO} = 30^\circ$.
- Chứng minh: $AC \cdot BD = R^2$ và $S_{ACDB} \geq 2R^2$.
- Gọi I là giao điểm của BC và EF, MI cắt AB tại K. Chứng minh rằng: EF là đường trung trực của MK.

PHẦN III: MỘT SỐ BÀI TOÁN NÂNG CAO

Bài 16: Giải phương trình $x + 4\sqrt{x+3} + 2\sqrt{3-2x} = 11$.

Bài 17: Cho các số thực không âm a và b thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{a+b} + 2022\sqrt{ab}$.

Bài 18: Cho ba số dương x, y, z thay đổi nhưng luôn thỏa mãn điều kiện $x + y + z = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{x}{x+1} + \frac{y}{y+1} + \frac{z}{z+1}$.

PHẦN IV: ĐỀ THAM KHẢO
ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I
Môn Toán 9

Bài I (1,0 điểm) Tính giá trị của biểu thức: $A = \sqrt{20} - \sqrt{45} + \frac{8}{\sqrt{5}-1} - \sqrt{(3+\sqrt{5})^2}$.

Bài II (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2) Chứng minh $B = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm giá trị x nguyên lớn nhất thỏa mãn $A.B \leq -1$.

Bài III (2,5 điểm) Cho hàm số $y = (m-2)x + 3$, (với $m \neq 2$, x là biến số) có đồ thị là đường thẳng (d) trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

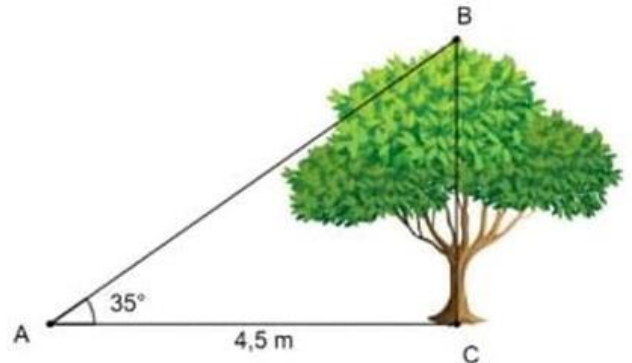
1) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-2;1)$. Vẽ đường thẳng (d) ứng với giá trị m vừa tìm được.

2) Với giá trị nào của m thì đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = 3x + 1$.

3) Tìm tất cả giá trị của m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến (d) bằng 1.

Bài IV (4,0 điểm)

1) Trên sân trường một cây xanh có bóng dài 4,5 m. Biết tại thời điểm đó tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc bằng 35° . Tính chiều cao của cây đó theo đơn vị mét (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



2) Cho đường tròn (O) , có bán kính R , điểm K bên ngoài đường tròn. Vẽ hai tiếp tuyến KA, KB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm).

a) Chứng minh bốn điểm K, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Vẽ đường kính AC của đường tròn (O) . Chứng minh $BC \parallel KO$.

c) Chứng minh $BC.KO = 2R^2$. Tính diện tích tam giác ABC theo R , biết $OK = 2R$.

- Hết -