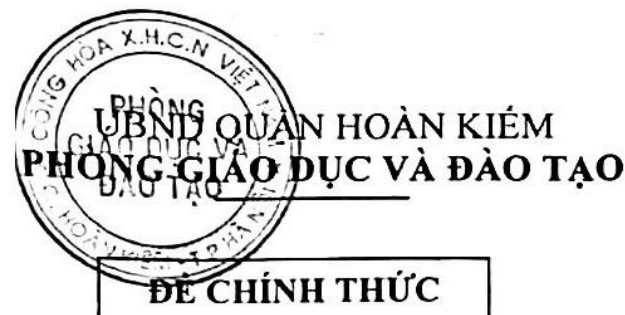




KÌ KHẢO SÁT VÒNG 1 HỌC SINH GIỎI LỚP 9
Năm học 2022 – 2023

Môn: TOÁN

Ngày khảo sát: 06/10/2022

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

Bài I. (5,0 điểm)

1) Với các số thực a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ và $ab + bc + ca = 3$, tính giá trị của biểu thức $P = a^5 + b^5 + c^5$.

2) Giải phương trình $\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{2x + 1} = \frac{x^2}{2} + x + 2$.

Bài II. (5,0 điểm)

1) Cho x, y là các số nguyên thỏa mãn $xy + 1$ chia hết cho 3. Chứng minh $x^3 + y^3$ chia hết cho 3.

2) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $x^2 + 2y^2 - 2xy + 2x - 6y + 4 = 0$

Bài III. (2,0 điểm)

Với các số thực không âm a, b thỏa mãn $a + b = 2$, tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{3a + ab} + \sqrt{3b + ab}$.

Bài IV. (6,0 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Lấy E là điểm bất kì thuộc đoạn OD . Trên tia đối của tia EC lấy điểm F sao cho $OF = OC$. Đường thẳng đi qua F và vuông góc với FO , cắt BD tại S . Kẻ FH vuông góc với BD tại H .

1) Chứng minh $\widehat{BFD} = 90^\circ$ và $SD \cdot SB = SH \cdot SO$.

2) Chứng minh FC là tia phân giác của góc BFD .

3) Kẻ ET vuông góc với BF tại T . Chứng minh: ST vuông góc với CF .

Bài V. (2,0 điểm)

1) Tìm các số nguyên tố a, b sao cho $a^2 + 3ab + b^2$ là một số chính phương.

2) Cho 2022 điểm trên mặt phẳng, sao cho khi ta chọn ra ba điểm bất kỳ trong số chúng, ta đều được ba đỉnh của một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1. Chứng minh tất cả các điểm này đều không nằm ngoài một tam giác có diện tích nhỏ hơn 4.

-----HẾT-----