

Bài I (2 điểm). Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} \quad \text{và} \quad B = \frac{x-4\sqrt{x}+1}{x-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{1-\sqrt{x}} \quad (\text{với } x > 0, x \neq 1)$$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.

2) Chứng minh rằng: $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$.

3) Đặt $M = A.B$. Tìm tất cả các giá trị x thỏa mãn: $\sqrt{1-2M^2} = \sqrt{1-2M}$.

Bài II (2,5 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài hơn chiều rộng 3m. Nếu tăng chiều dài thêm 2m và giảm chiều rộng 1m thì diện tích mảnh đất không đổi. Tính chiều dài, chiều rộng ban đầu của mảnh đất.

2) Một lon nước ngọt hình trụ có đường kính đáy là 5,5 cm, chiều cao là 13cm. Hỏi lon nước đó chứa được bao nhiêu ml nước ngọt (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, lấy $\pi \approx 3,14$)



Bài III (2 điểm).

1) Giải phương trình: $x^4 + x^2 - 30 = 0$

2) Cho phương trình ẩn x : $x^2 + (m+2)x + 2m = 0$ (1) (m là tham số)

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có 2 nghiệm với mọi m .

b) Tìm m để phương trình (1) có 2 nghiệm $x_1; x_2$ sao cho $2.x_1 + 3.x_2 = 1$

Bài IV (3 điểm).

Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$, biết $AB < AC$. Các đường cao BM, CN của ΔABC cắt nhau tại H ($M \in AC; N \in AB$). Gọi P là giao điểm của MN và CB . Đường thẳng AP cắt (O) tại K (K khác A).

1) Chứng minh: Tứ giác $BNMC$ nội tiếp.

2) Chứng minh: $PB.PC = PN.PM$ và ΔPKN đồng dạng với ΔPMA .

3) Gọi I là trung điểm của BC . Chứng minh: Ba điểm K, H, I thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm).

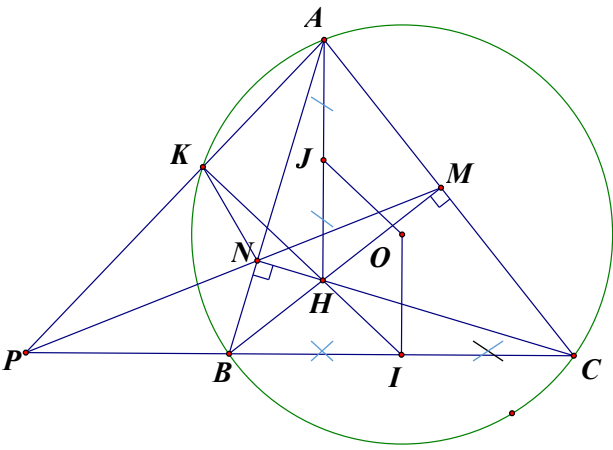
Cho 2 số thực không âm x, y thỏa mãn $x + y = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (4x^2 + 3y).(4y^2 + 3x) + 25xy$.

-----Hết-----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

HƯỚNG DẪN CHẤM BÀI KIỂM TRA HỌC KÌ II
NĂM HỌC 2023 - 2024
MÔN TOÁN - LỚP 9

Bài	Nội dung	Điểm
I.1	Thay $x = 36$ (TMĐKXD) vào biểu thức A, ta có: $A = 3/2$ Vậy khi $x=36$ thì $A = 3/2$	0.25 0.25
I.2	$B = \frac{x-4\sqrt{x}+1}{x-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{1-\sqrt{x}}$ (với $x > 0, x \neq 1$)	
	$B = \frac{x-4\sqrt{x}+1}{x-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1}$	0.25
	$B = \frac{x-4\sqrt{x}+1+2(\sqrt{x}-1)+\sqrt{x}+1}{x-1}$	0.25
	$= \frac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$	0.25
	$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ (đpcm)	0.25
I.3	$M = A.B = \frac{2\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$ ĐKXD: $\begin{cases} 1-2M^2 \geq 0 \\ 1-2M \geq 0 \end{cases}$	
	Tìm được $M = 0$ (tmdk); $M = 1$ (loại)	0.25
	Giải $M = 0$ được $x = 9/4$ (tmdkxd)	0.25
II.1	Gọi chiều dài mảnh đất HCN là x (m) ($x > y > 1$)	
	Gọi chiều rộng mảnh đất HCN là y (m)	0.25
	Lập luận để có phương trình: $x - y = 3$ (1)	0.25
	Chiều dài mảnh đất mới là : $x + 2$ (m)	0.25
	Chiều rộng mảnh đất mới là: $y - 1$ (m)	
	Diện tích mảnh đất mới là: $(x+2)(y-1)$ (m^2)	0.25
	Diện tích mảnh đất ban đầu là: $x.y$ (m^2)	
II.2	Lập luận để có phương trình: $(x+2).(y-1)=x.y$ $\Leftrightarrow -x+2y = 2$ (2)	0.25
	Giải hệ pt	
	Được $x = 8$ và $y = 5$ (tmdk)	0.5
III.1	Trả lời:	0.25
	Bán kính lon nước ngọt là: $r = 5,5:2 = 2,75$ (cm)	
	Thể tích lon nước ngọt là:	
	$V = \pi.r^2.h = \pi.2,75^2.13$ $\approx 3,14.98,3125 \approx 308,70$ (cm^3)	0.25
III.1	$= 308,70$ (ml)	0.25
	Trả lời:	
III.1	Giải phương trình: $x^4 + x^2 - 30 = 0$	0.25

	Đặt $x^2 = t \geq 0 \Rightarrow x^4 = t^2$ Ta có phương trình: $t^2 + t - 30 = 0$ Giải tìm được: $t = 5$ (tmđk); $t = -6$ (loại) Với $t = 5$ suy ra $x = \pm\sqrt{5}$ Kết luận:	0.25 0.25 0.25 0.25
III.2	a) + Tính được: $\Delta = (m - 2)^2$ + Chứng minh được phương trình luôn có 2 nghiệm với mọi b) + Tính x_1, x_2 theo m $x_1 = -3m - 7; x_2 = 5 + 2m$ + Thay vào hệ thức Vi-ét được PT: $6m^2 + 31m + 35 = 0$ + Giải tìm : $m = -7/2$ và $m = -5/3$.	0.25 0.25 0.25 0.25
Bài IV		
1.	Vẽ hình đúng đến ý 1	0.25
	+ Vì BM, CN là đường cao của ΔABC nên suy ra $\widehat{BNC} = 90^\circ; \widehat{BMC} = 90^\circ$	0.25
	+ Có $\widehat{BNC} = \widehat{BMC} = 90^\circ$ (cmt)	0.25
	Mà N, M là 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh BC Suy ra: tứ giác BNMC nội tiếp (DHNB)	0.25
2	+ Vì tứ giác BNMC nội tiếp Suy ra: $\widehat{PBN} = \widehat{NMC}$ (cùng bù với góc NBC) mà $\widehat{NPB}$ chung nên ΔPBN đồng dạng ΔPMC (g.g) Suy ra: $PN \cdot PM = PB \cdot PC$	0.25 0.25 0.25
	+ Chứng minh được: $PK \cdot PA = PB \cdot PC$ suy ra: $PK \cdot PA = PN \cdot PM$ mà $\widehat{KPN}$ chung nên ΔPKN đồng dạng ΔPMA	0.25 0.25 0.25
3	Gọi J là trung điểm của AH + Chứng minh được tứ giác JOIH là hình bình hành $\Rightarrow HI \parallel JO$ (1) + Vì 2 đường tròn (J) và (O) cắt nhau tại K, A	0.25

	$\Rightarrow JO$ là trung trực của dây KA $\Rightarrow JO$ vuông góc KA Mà HK vuông góc KA $\Rightarrow HK \parallel JO$ (2) + Từ (1) và (2) suy ra K, H, I thẳng hàng.	0.25
V	Biến đổi $P = 16x^2 \cdot y^2 + 12x^3 + 12y^3 + 9xy + 25xy$ $P = 16x^2 \cdot y^2 + 12(x^3 + y^3) + 9xy + 25xy$ $P = 16x^2 \cdot y^2 + 12\{(x + y)^3 - 3xy(x + y)\} + 34xy$ $P = 16x^2 \cdot y^2 - 2xy + 12$ $P = (4xy)^2 - 2 \cdot 4xy \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{16} + 12$ $P = (4xy - \frac{1}{4})^2 + \frac{191}{16}$ $\Rightarrow$ GTNN của $P = 191/16$ khi $x, y \in \{\frac{2-\sqrt{3}}{4}; \frac{2+\sqrt{3}}{4}\}$ * Mặt khác: $0 \leq xy \leq \frac{(x+y)^2}{4} = \frac{1}{4}$ Suy ra: $0 \leq xy \leq \frac{1}{4}$ $\Rightarrow \frac{-1}{16} \leq xy - \frac{1}{16} \leq \frac{3}{16}$ $\Rightarrow 0 \leq \left xy - \frac{1}{16} \right \leq \frac{3}{16}$ $\Rightarrow P \leq 16 \cdot \left(\frac{3}{16}\right)^2 + \frac{191}{16} = \frac{25}{2}$ $\Rightarrow$ GTLN của $P = 25/2$ khi $x = y = 1/2$	0.25

***Lưu ý:** Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa