

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (4,0 điểm).

- a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^2 + y^2 - 2xy + 4x - 4y - 5$
- b) Chứng minh $n \in \mathbb{N}^*$ thì $n^3 + n + 2$ là hợp số.
- c) Cho hai số chính phương liên tiếp. Chứng minh rằng tổng của hai số đó cộng với tích của chúng là một số chính phương lẻ.

Bài 2 (4,0 điểm). Cho biểu thức:

$$A = \frac{2}{x} - \left(\frac{x^2}{x^2 + xy} - \frac{y^2}{xy + y^2} + \frac{y^2 - x^2}{xy} \right) \cdot \frac{x + y}{x^2 + xy + y^2} \text{ với } x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y.$$

- a) Rút gọn biểu thức A.
- b) Tính giá trị của biểu thức A biết x, y thỏa mãn đẳng thức: $x^2 + y^2 + 10 = 2(x - 3y)$.

Bài 3 (3,0 điểm).

- a) Giải phương trình $\frac{1}{3x^2 + 2017} + \frac{1}{x^2 - 2018} + \frac{1}{4x^2 + 2019} = \frac{1}{8x^2 + 2018}$
- b) Tìm các cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn: $|x + 2| + |x - 1| = -y^2 - 4y - 1$

Bài 4 (3,0 điểm).

- a) Cho phương trình $\frac{2x - m}{x - 2} + \frac{x - 1}{x + 2} = 3$. Tìm m để phương trình có nghiệm dương.
- b) Cho đa thức $B(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết $B(1) = 10$; $B(2) = 20$; $B(3) = 30$.
Tính $B(12) + B(-8)$.

Bài 5 (5,0 điểm).

Cho hình vuông ABCD, điểm H thuộc cạnh BC (H không trùng với B và C). Trên nửa mặt phẳng bờ là BC không chứa hình vuông ABCD vẽ hình vuông CHIK. Gọi M là giao điểm của DH và BK, N là giao điểm của KH và BD. Chứng minh:

- a) $DH \perp BK$.
- b) $DN \cdot BD + KM \cdot BK = DK^2$.
- c) $\frac{BH}{HC} + \frac{DH}{HM} + \frac{KH}{HN} > 6$.

Bài 6 (1,0 điểm). Cho x, y là các số thực thỏa mãn: $4x^2 + y^2 = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $a = \frac{2x + 3y}{2x + y + 2}$.

-----HẾT-----

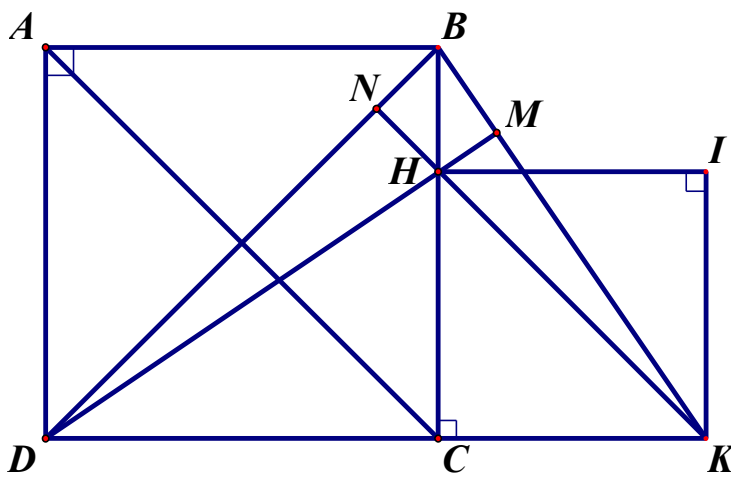
Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM TOÁN 8– NĂM HỌC 2018-2019

Bài	Nội dung	Điểm
1 (4,0đ)	a) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^2 + y^2 - 2xy + 4x - 4y - 5$ b) Chứng minh $\forall n \in \mathbb{N}^*$ thì $n^3 + n + 2$ là hợp số. c) Cho hai số chính phương liên tiếp. Chứng minh rằng tổng của hai số đó cộng với tích của chúng là một số chính phương lẻ.	
1a (1,5đ)	$x^2 + y^2 - 2xy + 4x - 4y - 5$ $= (x - y)^2 + 4(x - y)^2 + 4 - 9$	0,5
	$= (x - y + 2)^2 - 3^2$	0,5
	$= (x - y + 5)(x - y - 1)$	0,5
1b (1,25đ)	Ta có: $n^3 + n + 2 = n^3 + 1 + n + 1 = (n + 1)(n^2 - n + 1) + (n + 1)$	0,5
	$= (n + 1)(n^2 - n + 2)$	0,25
	Do $\forall n \in \mathbb{N}^*$ nên $n + 1 > 1$ và $n^2 - n + 2 > 1$	0,25
	Vậy $n^3 + n + 2$ là hợp số	0,25
1c (1,25đ)	Gọi hai số lần lượt là a^2 và $(a + 1)^2$	0,25
	Theo bài ra ta có: $a^2 + (a + 1)^2 + a^2(a + 1)^2 = a^2 + a^2 + 2a + 1 + (a^2 + a)^2$ $= (a^2 + a)^2 + 2(a^2 + a) + 1 = (a^2 + a + 1)^2$	0,5
	vì $a^2 + a = a(a + 1)$ là số chẵn $\Rightarrow a^2 + a + 1$ là số lẻ $\Rightarrow (a^2 + a + 1)^2$ là một số chính phương lẻ.	0,25
	Vậy $a^2 + (a + 1)^2 + a^2(a + 1)^2$ là một số chính phương lẻ (đpcm).	0,25
2 (4,0đ)	$A = \frac{2}{x} - \left(\frac{x^2}{x^2 + xy} - \frac{y^2}{xy + y^2} + \frac{y^2 - x^2}{xy} \right) \cdot \frac{x + y}{x^2 + xy + y^2}$ với $x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y$. a) Rút gọn biểu thức A. b) Tính giá trị của biểu thức A biết x, y thỏa mãn đẳng thức: $x^2 + y^2 + 10 = 2(x - 3y)$.	
2a (2,25đ)	Với $x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y$ ta có: $A = \frac{2}{x} - \left(\frac{x^2y - xy^2 - (x^2 - y^2)(x + y)}{xy(x + y)} \right) \cdot \frac{x + y}{x^2 + xy + y^2}$	0,5
	$= \frac{2}{x} - \frac{xy(x - y) - (x - y) \cdot (x + y)^2}{xy(x + y)} \cdot \frac{x + y}{x^2 + xy + y^2}$	0,5
	$= \frac{2}{x} + \frac{(x - y)(x^2 + xy + y^2)}{xy(x + y)} \cdot \frac{x + y}{x^2 + xy + y^2}$	0,5
	$= \frac{2}{x} + \frac{x - y}{xy}$	0,25

	$= \frac{x+y}{xy}$	0,25
	Vậy với $x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y$ thì $A = \frac{x+y}{xy}$	0,25
2b (1,75đ)	Ta có: $x^2 + y^2 + 10 = 2(x - 3y)$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 6y + 9 = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 = 0$	0,25
	Lập luận suy ra $x = 1; y = -3$	0,5
	Ta thấy $x = 1; y = -3$ thỏa mãn điều kiện: $x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y$	0,25
	nên thay $x = 1; y = -3$ vào biểu thức $A = \frac{x+y}{xy}$ ta có: $A = \frac{1+(-3)}{1 \cdot (-3)} = \frac{2}{3}$	0,25
	Kết luận : Vậy với $x^2 + y^2 + 10 = 2(x - 3y)$ thì $A = \frac{2}{3}$	0,25
3 (3,0đ)	a) Giải phương trình $\frac{1}{3x^2+2017} + \frac{1}{x^2-2018} + \frac{1}{4x^2+2019} = \frac{1}{8x^2+2018}$ b) Tìm các cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn: $ x+2 + x-1 = -y^2 - 4y - 1$	
3a (1,5đ)	ĐK: $x^2 - 2018 \neq 0$ (*) $\frac{1}{3x^2+2017} + \frac{1}{x^2-2018} + \frac{1}{4x^2+2019} = \frac{1}{8x^2+2018}$ Phương trình có dạng: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{a+b+c}$ $\Leftrightarrow (ab+bc+ca)(a+b+c) = abc$	0,25
	HS biến đổi được kết quả: $(a+b)(b+c)(c+a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=0 \\ b+c=0 \\ c+a=0 \end{cases}$	0,25
	+) $a+b=0 \Rightarrow 4x^2-1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ x=-\frac{1}{2} \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện (*))	0,25
	+) $b+c=0 \Rightarrow 5x^2+1=0 \Rightarrow$ vô nghiệm	0,25
	+) $c+a=0 \Rightarrow 7x^2+4036=0 \Rightarrow$ vô nghiệm	0,25
	KL: Vậy $x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = -\frac{1}{2}$	0,25
3b (1,5đ)	Chúng ta được $ x+2 + x-1 = x+2 + 1-x \geq 3$ với mọi x	0,25
	Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow -2 \leq x \leq 1$	0,25
	Ta có $-y^2 - 4y - 1 = -(y^2 + 4y + 1) = 3 - (y+2)^2 \leq 3$ với mọi y	0,25

	Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow y = -3$	0,25
	Do đó $ x+2 + x-1 = 3 - (y+2)^2 = 3$ Ta tìm được $y = -2$ và $-2 \leq x \leq 1$ mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-2; -1; 0; 1\}$	0,25
	Vậy các cặp số nguyên $(x; y)$ là: $(-2; -2); (-1; -2); (0; -2); (1; -2)$	0,25
4 (3,0đ)	a) Cho phương trình $\frac{2x-m}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = 3$. Tìm m để phương trình có nghiệm dương. b) Cho đa thức $B(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết $B(1)=10$; $B(2) = 20$; $B(3) = 30$. Tính $B(12) + B(-8)$.	
	Điều kiện: $x \neq 2; x \neq -2$	0,25
	$\frac{2x-m}{x-2} + \frac{x-1}{x+2} = 3$ $\Leftrightarrow (2x-m)(x+2) + (x-1)(x-2) = 3(x-2)(x+2)$ $\Leftrightarrow (1-m)x = 2m-14$	0,25
	+) $m = 1$, phương trình có dạng $0 = -12$ vô nghiệm.	0,25
4a (1,5đ)	+) $m \neq 1$, phương trình trở thành $x = \frac{2m-14}{1-m}$	0,25
	Phương trình có nghiệm dương $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m-14}{1-m} \neq 2 \\ \frac{2m-14}{1-m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 4 \\ 1 < m < 7 \end{cases}$	0,25
	Vậy giá trị m thỏa mãn là $\begin{cases} m \neq 4 \\ 1 < m < 7 \end{cases}$.	0,25
	Xét đa thức $C(x) = B(x) - 10x \Rightarrow C(x)$ là đa thức bậc 4 Ta có $C(1) = B(1) - 10 = 10 - 10 = 0$ $C(2) = B(2) - 20 = 20 - 20 = 0$ $C(3) = B(3) - 30 = 30 - 30 = 0$ $\Rightarrow x = 1; x = 2; x = 3$ là ba nghiệm của đa thức $C(x)$.	0,25
4b (1,5đ)	$\Rightarrow C(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-a)$ (với $a \in \mathbb{Q}$) $\Rightarrow B(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-a) + 10x$	0,25
	Ta có $B(12) = 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot (12-a) + 120$ $B(-8) = (-9) \cdot (-10) \cdot (-11) \cdot (-8-a) - 80$ $\Rightarrow B(12) + B(-8) = 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot (12-a+8+a) + 40 = 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 20 + 40 = 19840$	0,25
	Vậy $B(12) + B(-8) = 19840$	0,25
5 (5,0đ)	Cho hình vuông ABCD và điểm H thuộc cạnh BC (H không trùng với B và C). Trên nửa mặt phẳng bờ là BC không chứa hình vuông ABCD vẽ hình vuông CHIK. Gọi M là giao điểm của DH và BK; N là giao điểm của KH và BD. Chứng minh: a) $DH \perp BK$. b) $DN \cdot BD + KM \cdot BK = DK^2$.	

	c) $\frac{BH}{HC} + \frac{DH}{HM} + \frac{KH}{HN} > 6.$	
	HS vẽ hình và ghi GT, KL 	0,25 0,25
5a (1,5đ)	Ta có: $\widehat{DCK} = \widehat{DCB} + \widehat{BCK} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nên D, C, K thẳng hàng	0,25
	Ta có: AC và HK là hai đường chéo của hình vuông ABCD và CHIK	0,25
	Nên $\widehat{ACD} = 45^\circ$ và $\widehat{HKC} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{HKC} \Rightarrow AC \parallel KH$	0,25
	Mà $AC \perp BD$ nên $KH \perp BD$	0,25
	Xét $\triangle BDK$ có $BC \perp DK$ và $KH \perp BD$ nên H là trực tâm	0,5
	$\Rightarrow DH \perp BK$ (đpcm)	0,25
5b (1,75đ)	Chứng minh $\triangle DNK$ đồng dạng $\triangle DCB$	0,5
	Suy ra: $\frac{DN}{DC} = \frac{DK}{DB} \Rightarrow DN \cdot DB = DC \cdot DK$ (1)	0,25
	Chứng minh $\triangle KMD$ đồng dạng $\triangle KCB$	0,5
	Suy ra: $\frac{KM}{CK} = \frac{DK}{BK} \Rightarrow KM \cdot BK = CK \cdot DK$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra: $DN \cdot BD + KM \cdot BK = DC \cdot DK + CK \cdot DK = DK(DC + CK) = DK^2$ (đpcm)	0,25
5c (1,25đ)	Ta có: $\frac{BH}{HC} = \frac{S_{BDH}}{S_{HDC}} = \frac{S_{BKH}}{S_{HKC}} = \frac{S_{BDH} + S_{BKH}}{S_{HDC} + S_{HKC}} = \frac{S_{BDH} + S_{BKH}}{S_{DKH}}$ Tương tự ta có: $\frac{DH}{HM} = \frac{S_{BDH} + S_{DKH}}{S_{BKH}}; \frac{KH}{HN} = \frac{S_{BKH} + S_{DKH}}{S_{BDH}}$	0,25
	Do đó: $\frac{BH}{HC} + \frac{DH}{HM} + \frac{KH}{HN} = \frac{S_{BDH} + S_{BKH}}{S_{DKH}} + \frac{S_{BDH} + S_{DKH}}{S_{BKH}} + \frac{S_{BKH} + S_{DKH}}{S_{BDH}}$ $= \frac{S_{BDH}}{S_{DKH}} + \frac{S_{BKH}}{S_{DKH}} + \frac{S_{BDH}}{S_{BKH}} + \frac{S_{DKH}}{S_{BKH}} + \frac{S_{BKH}}{S_{BDH}} + \frac{S_{DKH}}{S_{BDH}}$ $= \left(\frac{S_{BDH}}{S_{DKH}} + \frac{S_{DKH}}{S_{BDH}} \right) + \left(\frac{S_{BKH}}{S_{DKH}} + \frac{S_{DKH}}{S_{BKH}} \right) + \left(\frac{S_{BDH}}{S_{BKH}} + \frac{S_{BKH}}{S_{BDH}} \right)$	0,25

	Lập luận chứng minh được: $\frac{S_{BDH}}{S_{DKH}} + \frac{S_{DKH}}{S_{BDH}} \geq 2; \frac{S_{BKH}}{S_{DKH}} + \frac{S_{DKH}}{S_{BKH}} \geq 2; \frac{S_{BDH}}{S_{BKH}} + \frac{S_{BKH}}{S_{BDH}} \geq 2$ Suy ra: $\frac{BH}{HC} + \frac{DH}{HM} + \frac{KH}{HN} \geq 6$	0,25
	Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi ΔBDK đều $\Rightarrow CD = CK$ hay $CD = CH$ (vô lý)	0,25
	Vậy $\frac{BH}{HC} + \frac{DH}{HM} + \frac{KH}{HN} > 6$ (đpcm)	0,25
6 (1,0đ)	Cho x, y là các số thực thỏa mãn: $4x^2 + y^2 = 1$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $a = \frac{2x+3y}{2x+y+2}$.	
	Ta có : $4x^2 + y^2 = 1$ (*) Từ $a = \frac{2x+3y}{2x+y+2}$ $\Rightarrow a(2x+y+2) = 2x+3y$ $\Leftrightarrow 2ax + ay + 2a - 2x - 3y = 0$ $\Leftrightarrow 2x(a-1) + y(a-3) = -2a$ (1) Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki cho hai bộ số (2x; y) và (a-1; a-3) Ta có: $4a^2 = [2x(a-1)+y(a-3)]^2 \leq (4x^2+y^2) \cdot [(a-1)^2+(a-3)^2]$ $\Rightarrow 4a^2 \leq (a-1)^2 + (a-3)^2 = a^2 - 2a + 1 + a^2 - 6a + 9$ $\Rightarrow 2a^2 + 8a - 10 \leq 0 \Leftrightarrow a^2 + 4a - 5 \leq 0$ $\Leftrightarrow (a-1)(a+5) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a+5 \geq 0 \\ a-1 \leq 0 \end{cases}$ (Vì $a+5 > a-1$) $\Leftrightarrow 1 \leq a \leq 5$	0,5
	* Thay a = 1 vào (1) ta được: $-2y = -2 \Rightarrow y = 1$ Thay y = 1 vào (*) ta có: $x = 0 \Rightarrow (x; y) = (0; 1)$ * Thay a = -5 vào (1) ta được: $2(-5-1)x + (-5-3)y = -2(-5)$ $\Rightarrow -12x - 8y = 10 \Leftrightarrow 6x + 4y = -5 \Rightarrow y = \frac{-6x-5}{4}$ Thay vào (*) ta được: $4x^2 + (\frac{-6x-5}{4})^2 = 1$ $\Leftrightarrow 100x^2 + 60x + 9 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{10} \Rightarrow y = -\frac{4}{5} \Rightarrow (x; y) = (\frac{-3}{10}; \frac{-4}{5})$	0,25
	Vậy GTLN của a là 1 khi x = 0; y = 1. GTNN của a là -5 khi x = $\frac{-3}{10}$; y = $\frac{-4}{5}$.	0,25

Lưu ý :

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày những ý cơ bản của một cách giải, nếu học sinh có cách giải khác mà đúng thì Giám khảo vẫn cho điểm nhưng không vượt quá thang điểm của mỗi ý đó.
- Phần hình học, học sinh không vẽ hình thì không cho điểm.
- HS làm đến đâu cho điểm tới đó và cho điểm lẻ đến 0,25. Tổng điểm toàn bài bằng tổng điểm của các câu không làm tròn.