

Câu I. (4,0 điểm) Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = (1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 2022^{2022})^{2023} \cdot (8^2 - 576 : 3^2)^{2024}$

b) $B = \frac{2^6 \cdot 18 + 2^7}{2^6 \cdot 5^2 - 2^6 \cdot 3}$

c) $C = \left(\frac{171717}{151515} + \frac{171717}{353535} + \frac{171717}{636363} + \frac{171717}{999999} \right) : \frac{8}{11}$

d) $D = \frac{32}{3 \cdot 7} + \frac{6}{7 \cdot 41} + \frac{9}{41 \cdot 10} + \frac{1}{10 \cdot 51} + \frac{19}{51 \cdot 14}$

Câu II. (4,0 điểm) Tìm x thuộc Z biết :

a) $x : \left(9\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \right) = \frac{0,4 + \frac{2}{9} - \frac{2}{11}}{1,6 + \frac{8}{9} - \frac{8}{11}}$

b) $(2x - 15)^5 = (2x - 15)^3$

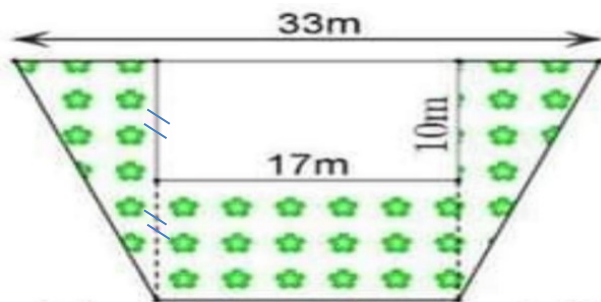
Câu III. (4,0 điểm)

a) Tìm các số nguyên tố x, y, z thỏa mãn $x^y + 1 = z$

b) Tìm các số nguyên a, b biết rằng $\frac{a}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{b+3}$

Câu IV. (6,0 điểm)

1) Một khu vườn hình thang có kích thước như hình vẽ, bên trong khu vườn người ta đào một ao thả cá hình chữ nhật có kích thước 17 m và 10 m. Phần diện tích còn lại dùng để trồng rau. Biết mỗi túi hạt giống rau vừa đủ gieo trên diện tích 33 m^2 . Hỏi cần bao nhiêu túi hạt giống để gieo hết phần diện tích đất còn lại đó?



2) Trên đường thẳng xy lấy điểm O . Trên tia Oy lấy điểm C , trên tia Ox lấy hai điểm A, B sao cho $OC = 3\text{cm}$, $OA = 2\text{cm}$ và $OB = 4\text{cm}$.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB .

b) Gọi điểm I là trung điểm đoạn thẳng AB . Chứng tỏ điểm O là trung điểm của đoạn thẳng IC .

3) Cho n điểm phân biệt trong đó chỉ có 4 điểm thẳng hàng. Cứ qua 2 điểm trong n điểm đó vẽ được một đường thẳng. Biết rằng có tất cả 61 đường thẳng phân biệt, tính giá trị của n .

Câu V. (2,0 điểm)

1) Cho $S = \frac{1}{7^2} + \frac{2}{7^3} + \frac{3}{7^4} + \dots + \frac{69}{7^{70}}$. Chứng tỏ $S < \frac{1}{36}$

2) Cho ba số nguyên tố lớn hơn 3, trong đó số sau lớn hơn số trước là d đơn vị. Chứng minh d chia hết cho 6.

_____ **HẾT** _____

ĐÁP ÁN

Câu I. (4,0 điểm) Tính giá trị của các biểu thức sau:

Bài 4	Nội dung	Điểm
a) 1,0đ	Do $8^2 - 576 : 3^2 = 64 - 576 : 9 = 64 - 64 = 0$ nên $A = (1^1 + 2^2 + 3^3 + \dots + 2022^{2022})^{2023} \cdot (8^2 - 576 : 3^2)^{2024} = 0$	0,5 0,5
b) 1,0đ	$B = \frac{2^6 \cdot 18 + 2^7}{2^6 \cdot 5^2 - 2^6 \cdot 3} = \frac{2^6 \cdot 2 \cdot 9 + 2^7}{2^6 \cdot 25 - 2^6 \cdot 3} = \frac{2^7 \cdot 9 + 2^7}{2^6 \cdot (25 - 3)}$ $= \frac{2^7 \cdot (9 + 1)}{2^6 \cdot 22} = \frac{2 \cdot 10}{22} = \frac{10}{11}$	0,5 0,5
c) 1,0đ	$C = \left(\frac{17 \cdot 10101}{15 \cdot 10101} + \frac{17 \cdot 10101}{35 \cdot 10101} + \frac{17 \cdot 10101}{63 \cdot 10101} + \frac{17 \cdot 10101}{99 \cdot 10101} \right) \cdot \frac{11}{8}$ $= 17 \cdot \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} \right) \cdot \frac{11}{8} = 17 \cdot \left(\frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 11} \right) \cdot \frac{11}{8}$ $= \frac{17}{2} \cdot \left(\frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{5 \cdot 7} + \frac{2}{7 \cdot 9} + \frac{2}{9 \cdot 11} \right) \cdot \frac{11}{8} = \frac{17}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} \right) \cdot \frac{11}{8}$ $= \frac{17}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{11} \right) \cdot \frac{11}{8} = \frac{17}{2} \cdot \frac{8}{3 \cdot 11} \cdot \frac{11}{8} = \frac{17}{2 \cdot 3} = \frac{17}{6}$	0,25 0,25 0,25 0,25
d) 1,0đ	$D = \frac{32}{3 \cdot 7} + \frac{6}{7 \cdot 41} + \frac{9}{41 \cdot 10} + \frac{1}{10 \cdot 51} + \frac{19}{51 \cdot 14} = 5 \cdot \left(\frac{32}{3 \cdot 35} + \frac{6}{35 \cdot 41} + \frac{9}{41 \cdot 50} + \frac{1}{50 \cdot 51} + \frac{19}{51 \cdot 70} \right)$ $= 5 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{35} + \frac{1}{35} - \frac{1}{41} + \frac{1}{41} - \frac{1}{50} + \frac{1}{50} - \frac{1}{51} + \frac{1}{51} - \frac{1}{70} \right) = 5 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{70} \right) = 5 \cdot \frac{70 - 3}{3 \cdot 70} = 5 \cdot \frac{67}{3 \cdot 5 \cdot 14} = \frac{67}{42}$	0,5 0,5

Câu II. (4,0 điểm) Tìm x thuộc Z biết :

$$a) x : \left(9\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \right) = \frac{0,4 + \frac{2}{9} - \frac{2}{11}}{1,6 + \frac{8}{9} - \frac{11}{8}} \Leftrightarrow x = 2$$

$$b) (2x - 15)^5 = (2x - 15)^3 \Leftrightarrow (2x - 15)^3 \left[(2x - 15)^2 - 1 \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 15 = 0 \\ (2x - 15)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7,5 \\ 2x - 15 = 1 \\ 2x - 15 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7,5(ktm) \\ x = 8(tm) \\ x = 7(tm) \end{cases}$$

Vậy $x \in \{7; 8\}$

Câu III. (4,0 điểm)

a) Tìm các số nguyên tố x, y, z thỏa mãn $x^y + 1 = z$

Vì x, y là các số nguyên tố nên $x \geq 2; y \geq 2 \Rightarrow z \geq 5$ nên z lẻ suy ra x^y chẵn nên x chẵn

Vậy $x = 2, z = 2^y + 1$ nếu y lẻ suy ra $2^y + 1 : 3 \Rightarrow z : 3$ (vô lý)

Do đó y là số chẵn nên $y = 2 \Rightarrow z = 5$

Vậy $x = 2, y = 2, z = 5$

b) Tìm các số nguyên a, b biết rằng $\frac{a}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{b+3}$

$$\frac{a}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{b+3} \Rightarrow (2a-7)(b+3) = 14$$

Vì $2a-7$ lẻ nên $2a-7 \in \{\pm 1; \pm 7\} \Rightarrow a \in \{0; 3; 4; 7\}$

Vậy $(a; b) \in \{(0; -5); (3; -17); (4; 11); (7; -1)\}$

Câu IV. (6,0 điểm)

Bài 4	Nội dung	Điểm
1) 2,0 đ	Diện tích mảnh đất hình thang là $\frac{(17+33) \cdot 20}{2} = 50 \cdot 10 = 500 \text{ (m}^2\text{)}.$	0,5
	Diện tích ao cá hình chữ nhật là $17 \cdot 10 = 170 \text{ (m}^2\text{)}.$	0,5
	Diện tích phần đất còn lại để gieo hạt là $500 - 170 = 330 \text{ (m}^2\text{)}.$	0,5
	Vậy số túi hạt giống cần để gieo hết phần đất còn lại là $330 : 33 = 10$ túi	0,5
2)		
2.a) 1,0 đ	Trên tia Ox có $OB > OA$ (Vì $4 > 2$) nên điểm A nằm giữa điểm O và điểm B	0,5
	$\Rightarrow OB = OA + AB$	0,25
	$\Rightarrow AB = OB - OA = 4 - 2 = 2 \text{ (cm)}$	0,25
2.b) 1,0 đ	Vì I là trung điểm AB $\Rightarrow AI = IB = AB : 2 = 2 : 2 = 1 \text{ (cm)}.$	0,25
	Trên tia BO có $BO > BI$ (vì $4 > 1$) nên điểm I nằm giữa điểm B và điểm O $\Rightarrow BO = BI + IO \Rightarrow IO = BO - BI = 4 - 1 = 3 \text{ (cm)} \Rightarrow OI = OC$ (1)	0,25
	Vì O thuộc đường thẳng xy nên Ox và Oy là hai tia đối nhau. Điểm I thuộc tia Ox và điểm C thuộc tia Oy nên điểm O nằm giữa điểm I và điểm C. (2)	0,25
	Từ (1) và (2) suy ra điểm O là trung điểm của IC.	0,25
3 2,0 đ	Lập luận trong n điểm phân biệt không có bất kì 3 điểm nào thẳng hàng vẽ được $\frac{n(n-1)}{2}$ đường thẳng phân biệt.	0,5
	Qua 4 điểm phân biệt trong đó không có bất kì 3 điểm nào thẳng hàng vẽ được $(4.3) : 2 = 6$ đường thẳng phân biệt.	0,5

Bài 4	Nội dung	Điểm
	Cho n điểm phân biệt trong đó có 4 điểm thẳng hàng vẽ được số đường thẳng là: $\frac{n(n-1)}{2} - 6 + 1$	0,5
	theo bài ra ta có : $\frac{n(n-1)}{2} - 6 + 1 = 61 \Rightarrow n(n-1) = 132$ suy ra $n = 12$.	0,5

Câu V. (2,0 điểm)

1. Cho $S = \frac{1}{7^2} + \frac{2}{7^3} + \frac{3}{7^4} + \dots + \frac{69}{7^{70}}$. Chứng tỏ $S < \frac{1}{36}$

2. Cho ba số nguyên tố lớn hơn 3, trong đó số sau lớn hơn số trước là d đơn vị. Chứng minh d chia hết cho 6.

1.

$$7S = \frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{3}{7^3} + \dots + \frac{69}{7^{69}}$$

$$6S = 7S - S = \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \dots + \frac{1}{7^{69}} - \frac{69}{7^{70}} \quad (0,25đ)$$

$$42S = 1 + \frac{1}{7} + \frac{1}{7^2} + \dots + \frac{1}{7^{68}} - \frac{69}{7^{69}} \quad (0,25đ)$$

$$36S = 42S - 6S = 1 - \frac{70}{7^{69}} + \frac{69}{7^{70}} \quad (0,25đ)$$

$$\text{Vì } \frac{70}{7^{69}} > \frac{69}{7^{70}} \Rightarrow 36S < 1 \Rightarrow S < \frac{1}{36} \quad (0,25đ)$$

2. Gọi ba số nguyên tố đã cho là $p; p+d; p+2d$. (0,25đ)

Để chứng minh d chia hết cho 6 ta phải chứng minh d chia hết cho cả 2 và 3.

a) Chứng minh d chia hết cho 2 :

Do p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p là số lẻ, mà $p+d$ là số nguyên tố $\Rightarrow d$ là số chẵn $\Rightarrow d:2$. (0,25đ)

b) Chứng minh d chia hết cho 3 :

Do p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p có dạng $p=3q+1$ hoặc $p=3q+2$ (với $q \in \mathbb{N}^*$)

• Trường hợp 1: $p=3q+1$

+) Nếu d chia 3 dư 1 thì $2d$ chia 3 dư 2 $\Rightarrow p+2d$ chia hết cho 3

Mà $p+2d > 3 \Rightarrow p+2d$ là hợp số $\rightarrow$ loại.

•) Nếu d chia 3 dư 2 $\Rightarrow p+d$ chia hết cho 3

Mà $p+d > 3 \Rightarrow p+d$ là hợp số $\rightarrow$ loại.

Suy ra d phải chia hết cho 3. (0,25đ)

- Trường hợp 2: $p = 3q + 2$

+) Nếu d chia 3 dư 1 $\Rightarrow p + d$ chia hết cho 3

Mà $p + d > 3 \Rightarrow p + d$ là hợp số $\rightarrow$ loại.

-) Nếu d chia 3 dư 2 thì $2d$ chia 3 dư 1 $\Rightarrow p + 2d$ chia hết cho 3

Mà $p + 2d > 3 \Rightarrow p + 2d$ là hợp số $\rightarrow$ loại.

Suy ra d phải chia hết cho 3 .

Do đó, d luôn chia hết cho 3 . Vậy bài toán được chứng minh. (0,25đ)