

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề kiểm tra gồm 01 trang)

Môn Toán – Lớp 9

Ngày kiểm tra: 28/12/2022

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1 (2,5 điểm). Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ và $B = \left(\frac{3\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}-5} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5}$ với $x \geq 0, x \neq 25$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.

2) Chứng minh $B = \frac{5}{\sqrt{x}-5}$.

3) Đặt $C = A - 2B$. Tìm x để $C = \sqrt{x}$.

Câu 2 (3,0 điểm). Cho hàm số $y = x + 2$ có đồ thị là đường thẳng (d_1) và hàm số $y = m^2x - m + 1$ có đồ thị là đường thẳng (d_2) (m là tham số, $m \neq 0$).

1) Vẽ đồ thị (d_1) của hàm số $y = x + 2$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

2) Tìm m để đường thẳng (d_1) song song với đường thẳng (d_2) .

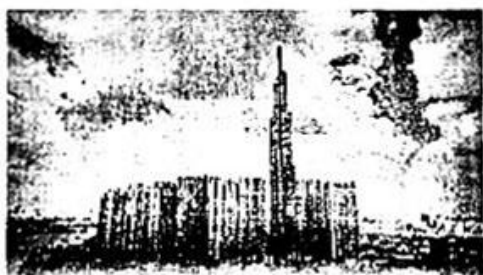
3) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng (d_1) với hai trục tọa độ Ox, Oy và M, N lần lượt là giao điểm của đường thẳng (d_2) với hai trục tọa độ Ox, Oy.

a) Tính diện tích tam giác OAB.

b) Tìm m để $S_{OAB} = 4S_{OMN}$.

Câu 3 (4,0 điểm).

1) Landmark 81 là tòa nhà chọc trời ở Thành phố Hồ Chí Minh, hiện đang giữ kỉ lục là tòa nhà cao nhất Việt Nam, với thiết kế gồm 81 tầng, lấy cảm hứng từ những bó tre truyền thống, tượng trưng cho sức mạnh và sự đoàn kết của dân tộc Việt Nam.



Tại một thời điểm trong ngày, các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 65° và bóng của tòa nhà đó trên mặt đất dài 215m. Tính chiều cao của tòa nhà (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

2) Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB. Qua A kẻ tia tiếp tuyến Ax với nửa đường tròn (Ax và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Trên tia Ax lấy điểm D. Từ D kẻ tiếp tuyến DC với nửa đường tròn (O) (C là tiếp điểm, C khác A).

a) Chứng minh 4 điểm A, O, C, D cùng thuộc một đường tròn.

b) Đoạn thẳng BD cắt nửa đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F.

Chứng minh $AD^2 = DF \cdot DB$ và $\widehat{DCF} = \widehat{DBC}$.

c) Kẻ CH vuông góc với AB tại H, CH cắt BD tại K. Chứng minh K là trung điểm CH.

Câu 4 (0,5 điểm). Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 - xy + y^2 = 9$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2$.

----- Hết -----

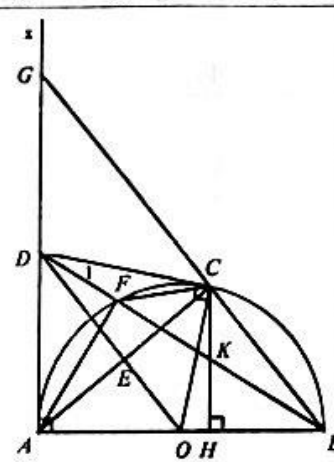
HƯỚNG DẪN CHẤM

Môn Toán – Lớp 9

Ngày kiểm tra: 28/12/2022

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài	Ý	Đáp án	Biểu điểm
Câu 1 2,5 điểm	a) 0,5đ	Ta có $x = 36$ TM ĐKXĐ, suy ra $\sqrt{x} = 6$.	0,25
		Thay vào biểu thức A tính được $A = \frac{6+1}{6-5} = 7$ Vậy $A = 7$ tại $x = 36$.	0,25
	b) 1,25đ	$B = \left(\frac{3\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}-5} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5}$ $B = \left(\frac{3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} + \frac{2(\sqrt{x}+5)}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5}$	0,25
		$B = \frac{3\sqrt{x}+2\sqrt{x}+10}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5}$ $B = \frac{5\sqrt{x}+10}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5}$	0,5
		$B = \frac{5(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \cdot \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+2}$	0,25
		$B = \frac{5}{\sqrt{x}-5}$ (đpcm)	0,25
	c) 0,75đ	$C = A - 2.B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5} - 2 \cdot \frac{5}{\sqrt{x}-5} = \frac{\sqrt{x}+1-10}{\sqrt{x}-5} = \frac{\sqrt{x}-9}{\sqrt{x}-5}$	0,25
		$C = \sqrt{x} \Rightarrow \frac{\sqrt{x}-9}{\sqrt{x}-5} = \sqrt{x} \Rightarrow x - 6\sqrt{x} + 9 = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow (\sqrt{x}-3)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-3 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$ (TMĐK) Vậy để $C = \sqrt{x}$ thì $x = 9$	0,25
Câu 2 3,0 điểm	a) 1đ	Cho $x = 0$ thì $y = 2$ nên đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;2)$ Cho $y = 0$ thì $x = -2$ nên đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2;0)$ Đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua 2 điểm $(0;2)$ và $(-2;0)$.	0,5
		Vẽ đồ thị hàm số $y = x + 2$ (d_1) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.	0,5
	b) 1đ	Đề đường thẳng $(d_1) \parallel (d_2)$ thì $\begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = m^2 \\ 2 \neq -m+1 \end{cases}$	0,5

		$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq -1 \end{cases}$	0,25	
		$\Leftrightarrow m = 1$ Vậy để đường thẳng $(d_1) \parallel (d_2)$ thì $m = 1$.	0,25	
c) 1đ	i) Tính diện tích tam giác OAB.		0,5	
	$(d_1) \cap Ox = \{A\} \Rightarrow A(-2;0) \Rightarrow OA = -2 = 2$ $(d_1) \cap Oy = \{B\} \Rightarrow B(0;2) \Rightarrow OB = 2 = 2$		0,25	
	Vì ΔOAB vuông tại O nên $S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$ (đvdt)		0,25	
	ii) Tìm m để $S_{OAB} = 4 \cdot S_{OMN}$.		0,5	
	$(d_2) \cap Oy = \{N\} \Rightarrow N(0; -m+1) \Rightarrow ON = -m+1 = m-1 $ $(d_2) \cap Ox = \{M\} \Rightarrow M\left(\frac{m-1}{m^2}; 0\right) \quad (m \neq 0) \Rightarrow OM = \left \frac{m-1}{m^2}\right = \frac{ m-1 }{m^2}$ Vì ΔOMN vuông tại O nên $S_{OMN} = \frac{1}{2} OM \cdot ON = \frac{1}{2} \cdot m-1 \cdot \frac{ m-1 }{m^2} = \frac{(m-1)^2}{2m^2}$ (đvdt) (HS tính $S_{OMN} = \frac{ -m+1 \cdot m-1 }{2m^2}$ vẫn cho điểm tối đa)		0,25	
	Vì $S_{OAB} = 4 \cdot S_{OMN} \Leftrightarrow 2 = 4 \cdot \frac{(m-1)^2}{2m^2} \Rightarrow m^2 = (m-1)^2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ (v/m) Vậy $m = \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.		0,25	
Câu 3 4,0 điểm	1) 0,5đ	Xét tam giác ABC vuông tại A có: $AB = AC$. $\tan 65^\circ = 215$. $\tan 65^\circ$ $AB \approx 461,1$ (m) Vậy chiều cao của tòa nhà xấp xỉ 461,1 m.	0,25 0,25	
	2a) 1,5đ	a) Chứng minh: 4 điểm A, O, C, D cùng thuộc một đường tròn		
			Vẽ hình đúng câu a) Vì Ax là tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) nên $Ax \perp OA$ (tính chất) $\Rightarrow AD \perp OA$ $\Rightarrow \widehat{DAO} = 90^\circ \Rightarrow \Delta DAO$ vuông tại A $\Rightarrow D, A, O$ thuộc đường tròn đường kính OD (1) Vì DC là tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) nên $DC \perp OC$ (tính chất) $\Rightarrow \widehat{DCO} = 90^\circ \Rightarrow \Delta DCO$ vuông tại C $\Rightarrow D, C, O$ thuộc đường tròn đường kính OD (2)	0,25 0,5 0,5
		Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ 4 điểm A, O, C, D cùng thuộc đường tròn đường kính OD	0,25	
	b) 1,5đ	b) Đoạn thẳng BD cắt nửa đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F. Chứng minh $AD^2 = DF \cdot DB$ và $\widehat{DCF} = \widehat{DBC}$. ΔAFB nội tiếp đường tròn (O) đường kính AB $\Rightarrow \Delta AFB$ vuông tại F	0,25	

		$\Rightarrow \widehat{AFB} = 90^\circ \Rightarrow AF \perp BD$ tại F	
		Xét $\triangle ABD$ vuông tại A, đường cao AF, có: $AD^2 = DF \cdot DB$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)	0,5
		Mà $AD = DC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau tại D) $\Rightarrow DC^2 = DF \cdot DB$	0,25
		Xét $\triangle DCF$ và $\triangle DBC$, có: Góc D_1 chung $\frac{DC}{DB} = \frac{DF}{DC}$ ($DC^2 = DF \cdot DB$)	0,25
		Suy ra tam giác DCF đồng dạng tam giác DBC (c.g.c)	
		$\Rightarrow \widehat{DCF} = \widehat{DBC}$ (2 góc tương ứng) (đpcm)	0,25
c) 0,5đ		Kẻ CH vuông góc với AB tại H; CH cắt BD tại K. Chứng minh K là trung điểm CH.	
		Tia BC cắt tia Ax tại G $\triangle ACB$ nội tiếp đường tròn (O) đường kính AB $\Rightarrow \triangle ACB$ vuông tại C $\Rightarrow \widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow AC \perp BC$ tại C Xét $\triangle OAC$ cân tại O ($OA = OC = R$), có OD là tia phân giác $\widehat{AOC}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên $OD \perp AC$. Suy ra: $OD \parallel BC$ hay $OD \parallel BG$ Mà O là trung điểm AB (O là tâm đường tròn đường kính AB) Do đó: D là trung điểm của AG	0,25
		Ta có: $CH \parallel GA$ (cùng vuông góc với AB) $\Rightarrow \frac{KC}{DG} = \frac{KH}{DA} \left(= \frac{BK}{BD} \right)$ Mà $DG = DA$ (D là trung điểm của AG) Suy ra $KC = KH \Rightarrow K$ là trung điểm CH (đpcm)	0,25
Câu 4 0,5 điểm		Ta có: $P = x^2 + y^2 \leq x^2 + y^2 + (x - y)^2 = 2(x^2 - xy + y^2) = 18$ Dấu "=" xảy ra khi $x = y = \pm 3$. Vậy giá trị lớn nhất của P là 18.	0,25
		Ta có: $P = \frac{2}{3} \cdot \frac{3(x^2 + y^2)}{2} \geq \frac{2}{3} \cdot \frac{3(x^2 + y^2) - (x + y)^2}{2} = \frac{2}{3}(x^2 - xy + y^2) = 6$ Dấu "=" xảy ra khi $x = \sqrt{3}; y = -\sqrt{3}$ hoặc $x = -\sqrt{3}; y = \sqrt{3}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P là 6.	0,25