

# BỘ ĐỀ ÔN VÀO LỚP 10

*MÔN*

# TOÁN

Quyển 01



Tác giả: **LÊ BÁ BẢO**

Trường THPT Đặng Huy Trứ, Huế

Admin CLB Giáo viên trẻ TP Huế

2023

**Bài 1. (1,0 điểm)** Rút gọn biểu thức  $P = 3\sqrt{4} + 2\sqrt{25} - \sqrt{16}$ .

**Bài 2. (1,0 điểm)** Giải phương trình  $x^2 - 7x + 12 = 0$ .

**Bài 3. (1,0 điểm)** Tìm  $x$  để biểu thức  $T = \frac{x^2 + 1}{3x - 2}$  xác định.

**Bài 4. (1,0 điểm)** Vẽ đồ thị của hàm số  $y = 2x^2$ .

**Bài 5. (1,0 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3, AC = 2$ . Trên cạnh  $AB$  lấy điểm  $M$  sao cho  $BM = 2$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $CM$ .

**Bài 6. (1,0 điểm)** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} ax - 2y = b \\ 2x - by = -2a \end{cases}$ . Tìm  $a$  và  $b$  biết hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(2; -1)$ .

**Bài 7. (1,0 điểm)** Tìm  $m$  để phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m + 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 0$ .

**Bài 8. (1,0 điểm)** Một đoàn khách du lịch gồm 40 người dự định tham quan đỉnh núi Bà Đen, nóc nhà Đông Nam Bộ bằng cáp treo khứ hồi (gồm lượt lên và lượt xuống). Nhưng khi tới nơi có 5 bạn trẻ muốn khám phá bằng đường bộ khi leo lên còn lúc xuống sẽ đi cáp treo trải nghiệm nên 5 bạn mua vé lượt xuống, do đó đoàn đã chi ra 9450000 đồng để mua vé. Hỏi giá cáp treo khứ hồi và giá vé 1 lượt là bao nhiêu? Biết rằng giá vé 1 lượt rẻ hơn vé khứ hồi là 110000 đồng.

**Bài 9. (1,0 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ngoại tiếp đường tròn  $(O)$ . Gọi  $D, E, F$  lần lượt là các tiếp điểm của  $(O)$  với các cạnh  $AB, AC$  và  $BC$ . Đường thẳng  $BO$  cắt đường thẳng  $EF$  tại  $I$ . Tính  $BIF$ .

**Bài 10. (1,0 điểm)** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC$  và  $CD$ . Gọi  $E$  là giao điểm của  $BN$  với  $AM$  và  $F$  là giao điểm của  $BN$  với  $DM$ ;  $DM$  cắt  $AN$  tại  $K$ . Chứng minh điểm  $A$  nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác  $EFK$ .

HẾT

**Câu 1. (1 điểm):**

Rút gọn biểu thức:  $P = 3\sqrt{4} + 2\sqrt{25} - \sqrt{16}$ .

$$P = 3\sqrt{4} + 2\sqrt{25} - \sqrt{16}$$

$$= 3\sqrt{2^2} + 2\sqrt{5^2} - \sqrt{4^2}$$

$$= 3.2 + 2.5 - 4$$

$$= 6 + 10 - 4$$

$$= 12.$$

Vậy  $P = 12$ .

**Câu 2. (1 điểm):**

Giải phương trình:  $x^2 - 7x + 12 = 0$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

Phương trình có:  $\Delta = 7^2 - 4.12 = 49 - 48 = 1 > 0$

$\Rightarrow$  Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt  $x_1 = \frac{7 + \sqrt{1}}{2} = 4$  và  $x_2 = \frac{7 - \sqrt{1}}{2} = 3$ .

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm:  $S = \{3; 4\}$ .

**Câu 3 (1 điểm):**

Tìm  $x$  để biểu thức  $T = \frac{x^2 + 1}{3x - 2}$  xác định.

Biểu thức  $T = \frac{x^2 + 1}{3x - 2}$  xác định  $\Leftrightarrow 3x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{2}{3}$ .

Vậy  $x \neq \frac{2}{3}$  thì biểu thức đã cho xác định.

**Câu 4 (1 điểm):**

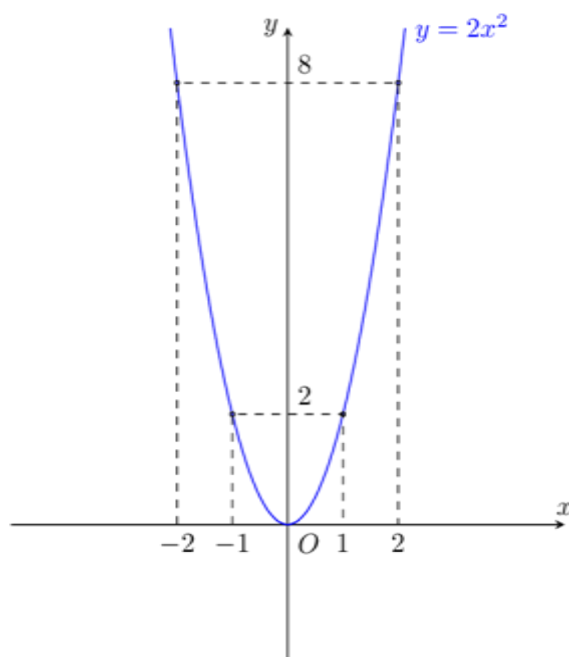
Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$

$a = 2 > 0$ , hàm số đồng biến nếu  $x > 0$ , hàm số nghịch biến nếu  $x < 0$

Bảng giá trị

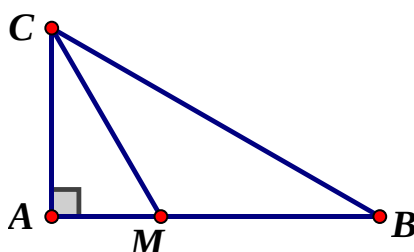
| $x$        | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|------------|----|----|---|---|---|
| $y = 2x^2$ | 8  | 2  | 0 | 2 | 8 |

Đồ thị hàm số  $y = 2x^2$  là đường cong Parabol đi qua điểm  $O$ , nhận  $Oy$  làm trục đối xứng, bề lõm hướng lên trên.



**Câu 5 (1 điểm):**

Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3, AC = 2$ . Trên cạnh  $AB$  lấy điểm  $M$  sao cho  $BM = 2$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $CM$ .



Theo đề bài ta có:  $MB = 2$  và  $M \in AB$

$$\Rightarrow AM = AB - MB = 3 - 2 = 1.$$

Áp dụng định lý Pitago cho  $\Delta ACM$  vuông tại  $A$  ta có:

$$CM = \sqrt{AM^2 + AC^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

Vậy  $CM = \sqrt{5}$ .

**Câu 6 (1 điểm):**

Cho hệ phương trình 
$$\begin{cases} ax - 2y = b \\ 2x - by = -2a \end{cases}$$
 Tìm  $a$  và  $b$  biết hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(2; -1)$ .

Ta có:  $(2; -1)$  là nghiệm của hệ phương trình 
$$\begin{cases} ax - 2y = b \\ 2x - by = -2a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \cdot 2 - 2 \cdot (-1) = b \\ 2 \cdot 2 - b \cdot (-1) = -2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 2 = b \\ 4 + b = -2a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = -2 \\ 2a + b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a = -6 \\ b = 2a + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = 2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy  $a = -\frac{3}{2}$  và  $b = -1$  thỏa mãn bài toán.

**Câu 7 (1 điểm):**

Tìm  $m$  để phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m + 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 0$

Xét phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m + 2 = 0(*)$

Phương trình  $(*)$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 - (m^2 - 3m + 2) > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 - m^2 + 3m - 2 > 0$$

$$\Leftrightarrow m - 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow m > 1$$

Với  $m > 1$  thì phương trình  $(*)$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi-et ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1x_2 = m^2 - 3m + 2 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có:  $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 0$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 3x_1x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 5x_1x_2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(m-1)^2 - 5(m^2 - 3m + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 - 5m^2 + 15m - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow -m^2 + 7m - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 7m + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)(m-6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-1=0 \\ m-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1(ktm) \\ m=6(tm) \end{cases}$$

Vậy  $m = 6$  thỏa mãn bài toán.

**Câu 8 (1 điểm):**

Một đoàn khách du lịch gồm 40 người dự định tham quan đỉnh núi Bà Đen, nóc nhà Đông Nam Bộ bằng cáp treo khứ hồi (gồm lượt lên và lượt xuống). Nhưng khi tới nơi có 5 bạn trẻ muốn khám phá bằng đường bộ khi leo lên còn lúc xuống sẽ đi cáp treo để trải nghiệm nên 5 bạn chỉ mua vé lượt xuống, do đó đoàn đã chi ra 9.450.000 đồng để mua vé. Hỏi giá cáp treo khứ hồi và giá vé 1 lượt là bao nhiêu? Biết rằng giá vé 1 lượt rẻ hơn giá vé khứ hồi là 110.000 đồng.

Gọi giá vé cáp treo khứ hồi và giá vé cáp treo 1 lượt lần lượt là  $x$  và  $y$  (đồng),

$$(x > y > 0, x > 110.000).$$

Vì giá vé cáp treo 1 lượt rẻ hơn giá vé cáp treo khứ hồi là 110.000 đồng nên ta có phương trình:

$$x - y = 110.000$$

Có  $40 - 5 = 35$  người mua vé cáp treo khứ hồi và 5 người mua vé cáp treo 1 lượt nên ta có phương trình:

**Bộ đề ôn thi vào lớp 10**

$$35x + 5y = 9.450.000 \Leftrightarrow 7x + y = 1.890.000(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

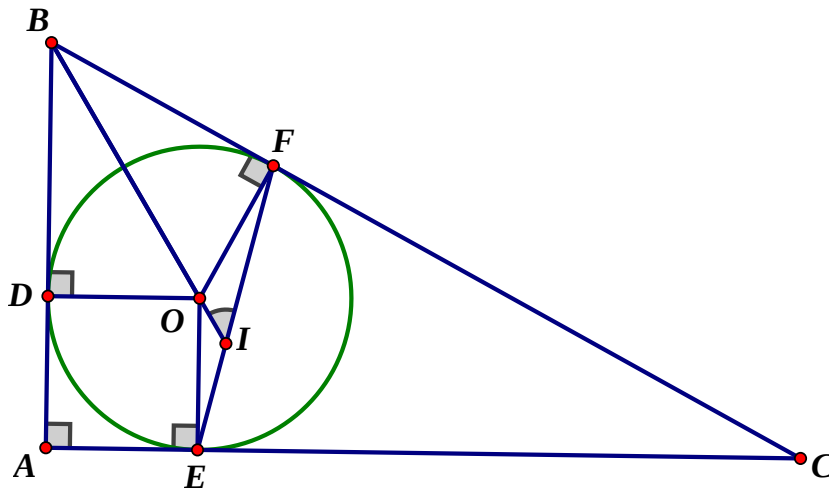
$$\begin{cases} x - y = 110.000 \\ 7x + y = 1.890.000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 2.000.000 \\ y = x - 110.000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 250.000(tm) \\ y = 250.000 - 110.000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 250.000 \\ y = 140.000(tm) \end{cases}$$

Vậy giá vé cáp treo khứ hồi là 250.000 đồng và giá vé cáp treo 1 lượt là 140.000 đồng.

**Câu 9 (1 điểm):**

Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  ngoại tiếp đường tròn  $(O)$ . Gọi  $D, E, F$  lần lượt là các tiếp điểm của  $(O)$  với các cạnh  $AB, AC$  và  $BC$ . Đường thẳng  $BO$  cắt đường thẳng  $EF$  tại  $I$ . Tính  $\angle BIF$ .



Ta có:  $\angle DEI = \angle DEF = \frac{1}{2} \angle DOF$  (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung  $DF$ ).

Vì  $BD, BF$  là các tiếp tuyến của  $(O)$  lần lượt tại  $D, F$  nên  $OB$  là tia phân giác của  $\angle DOF$  (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau).

$$\Rightarrow \angle DOB = \frac{1}{2} \angle DOF$$

$$\Rightarrow \angle DEI = \angle DOB.$$

$\Rightarrow DEIO$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện).

Xét tứ giác  $ODAE$  có  $\angle ODA = \angle DAE = \angle OEA = 90^\circ$  nên  $ODAE$  là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông).

Lại có  $AD, AE$  là các tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $D, E$  nên  $AD = AE$  (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau).

$$\Rightarrow ODAE \text{ là hình vuông (hình chữ nhật có 2 cạnh kề bằng nhau)} \Rightarrow \angle ODE = 45^\circ.$$

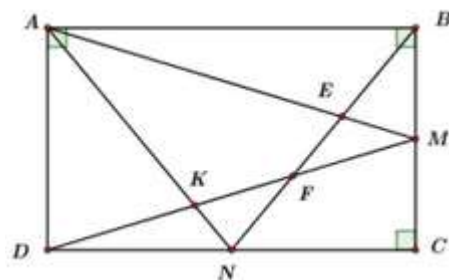
Mà  $DEIO$  là tứ giác nội tiếp (cmt).

$$\Rightarrow \angle BIF = \angle ODE = 45^\circ \text{ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp).}$$

Vậy  $\angle BIF = 45^\circ$ .

**Câu 10 (1 điểm):**

Cho hình chữ nhật  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC$  và  $CD$ . Gọi  $E$  là giao điểm của  $BN$  với  $AM$  và  $F$  là giao điểm của  $BN$  với  $DM$ ;  $DM$  cắt  $AN$  tại  $K$ . Chứng minh điểm  $A$  nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác  $EFK$ .



Xét  $\triangle ABM$  và  $\triangle DCM$  ta có:

$$B = C = 90^\circ$$

$$BM = MC(gt)$$

$$DC = AB(gt)$$

$$\Rightarrow \triangle ABM = \triangle DCM(2cgv).$$

$$\Rightarrow \angle BAM = \angle MDC \text{ (hai góc tương ứng bằng nhau)}$$

$$\text{Hay } \angle MAB = \angle MDC.$$

$$\text{Ta có: } \angle MAN = 90^\circ - \angle NAD - \angle MAB$$

$$\Rightarrow \angle MAN = 90^\circ - \angle NAD - \angle MDC(1)$$

$$\text{Lại có: } \angle DFN = \angle FNC - \angle FDN \text{ (góc ngoài của } \triangle DNF)$$

Xét  $\triangle AND$  và  $\triangle BNC$  ta có:

$$D = C = 90^\circ$$

$$AD = BC(gt)$$

$$DN = NC(gt)$$

$$\Rightarrow \triangle ADN = \triangle BCN(2cgv)$$

$$\Rightarrow \angle BNC = \angle AND \text{ (hai góc tương ứng)}$$

$$\text{Hay } \angle FNC = \angle AND$$

$$\text{Mà } \angle AND = 90^\circ - \angle DAN \text{ (hai góc phụ nhau)}$$

$$\Rightarrow \angle DFN = 90^\circ - \angle DAN - \angle FDN(2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \angle MAN = \angle DFN$$

$$\text{Mặt khác: } \angle DFN + \angle KFN = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle KAE + \angle KFE = 180^\circ$$

$$\Rightarrow AEFK \text{ là tứ giác nội tiếp. (dnhb)}$$

$$\Rightarrow A \text{ là điểm nằm trên đường tròn ngoại tiếp } \triangle EFK. \text{ (đpcm)}$$

**HẾT**

**Bài 1. (2,0 điểm)**

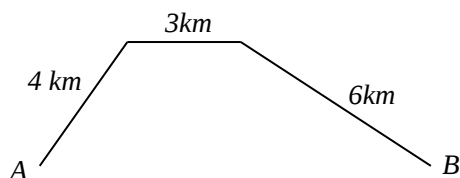
- 1) Thực hiện phép tính:  $7\sqrt{16} + 2\sqrt{9}$ .
- 2) Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị  $(P)$ .
  - a) Vẽ  $(P)$ .
  - b) Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm của  $(P)$  và đường thẳng  $(d): y = -x + 2$ .

**Bài 2. (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình và hệ phương trình sau:
  - a)  $x^2 + x - 12 = 0$
  - b)  $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$ .
2. Cho phương trình (ẩn  $x$ ):  $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 7 = 0$ .
  - a) Tìm  $m$  để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.
  - b) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm  $m$  để  $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 12$ .

**Bài 3. (1,5 điểm)**

Quãng đường  $AB$  gồm một đoạn lên dốc dài 4 km, một đoạn bằng phẳng dài 3 km và một đoạn xuống dốc dài 6 km (như hình vẽ). Một người đi xe đạp từ  $A$  đến  $B$  và quay về  $A$  ngay hết tổng cộng 130 phút. Biết rằng vận tốc người đó đi trên đoạn đường bằng phẳng là 12 km/h và vận tốc xuống dốc lớn hơn vận tốc lên dốc 5 km/h (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc và lúc xuống dốc của người đó.



**Bài 4. (3,5 điểm)**

Cho đường tròn  $(O; R)$  và điểm  $S$  nằm bên ngoài đường tròn,  $SO = d$ . Kẻ các tiếp tuyến  $SA, SB$  với đường tròn ( $A, B$  là các tiếp điểm).

- a) Chứng minh rằng 4 điểm  $S, O, A, B$  cùng thuộc một đường tròn.
- b) Trong trường hợp  $d = 2R$ , tính độ dài đoạn thẳng  $AB$  theo  $R$ .
- c) Gọi  $C$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $O$ . Đường thẳng  $SC$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $D$  (khác  $C$ ).

Hai đường thẳng  $AD$  và  $SO$  cắt nhau tại  $M$ . Chứng minh rằng  $SM^2 = MD \cdot MA$ .

- d) Tìm mối liên hệ giữa  $d$  và  $R$  để tứ giác  $OAMB$  là hình thoi.

**Bài 5. (1,0 điểm)**

Cho  $x$  là số thực bất kỳ. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $T = \frac{x^2 + 7}{\sqrt{x^2 + 3}} + \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 + 7}$ .

HẾT

**Bài 1. (2,0 điểm)**

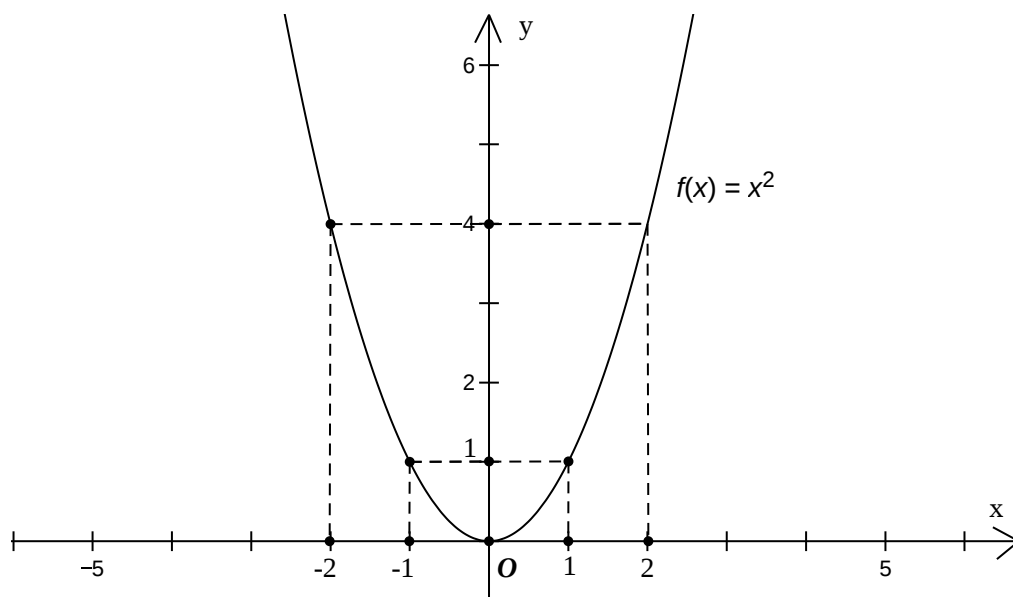
- 1) Thực hiện phép tính:  $7\sqrt{16} + 2\sqrt{9}$ .
- 2) Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị  $(P)$ .
  - a) Vẽ  $(P)$ .
  - b) Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm của  $(P)$  và đường thẳng  $(d): y = -x + 2$ .

**Lời giải**

1.  $7\sqrt{16} + 2\sqrt{9} = 7.4 + 2.3 = 28 + 6 = 34$ .
2. a) Vẽ đồ thị hàm số  $y = x^2$   $(P)$ , ta có bảng sau:

|           |    |    |   |   |   |
|-----------|----|----|---|---|---|
| $x$       | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y = x^2$ | 4  | 1  | 0 | 1 | 4 |

Vậy đồ thị hàm số  $y = x^2$   $(P)$  là Pa-ra-bol đi qua  $(-2; 4), (-1; 1), (0; 0), (1; 1), (2; 4)$  và nhận Oy làm trục đối xứng.



b) Hoành độ giao điểm của  $(P): y = x^2$  và  $(d): y = -x + 2$  là nghiệm của phương trình:

$$x^2 = -x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

Vì  $a + b + c = 1 + 1 + (-2) = 0$  nên phương trình có hai nghiệm  $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = -2$ .

Với  $x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 1^2 = 1$ .

Với  $x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = (-2)^2 = 4$ .

Vậy ta có hai giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$  là  $(1; 1)$  và  $(-2; 4)$ .

**Bài 2. (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $x^2 + x - 12 = 0$

b)  $\begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$

2. Cho phương trình (ẩn  $x$ ):  $x^2 - 2(m + 2)x + m^2 + 7 = 0$ .

a) Tìm  $m$  để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

b) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm  $m$  để  $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 12$ .

Lời giải

1. Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $x^2 + x - 12 = 0$

$\Delta = 1^2 - 4.1.(-12) = 49 > 0 \Rightarrow$  phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{49}}{2.1} = 3; \quad x_{12} = \frac{-1 - \sqrt{49}}{2.1} = -4.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \{3; -4\}$ .

b) 
$$\begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -3 \\ 2x + 6y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 11 \\ x = 4 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{11}{7} \\ x = 4 - 3 \cdot \frac{11}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{11}{7} \\ x = \frac{-5}{7} \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có tập nghiệm là  $S = \left\{ \left( \frac{-5}{7}; \frac{11}{7} \right) \right\}$ .

2. Xét phương trình (ẩn  $x$ ):  $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 7 = 0$  (1).

a) Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow [-(m+2)]^2 - 1.(m^2 + 7) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 - m^2 - 7 > 0$$

$$\Leftrightarrow 4m - 3 > 0 \Leftrightarrow 4m > 3 \Leftrightarrow m > \frac{3}{4}.$$

Vậy  $m > \frac{3}{4}$  thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$ .

b) Với  $m > \frac{3}{4}$  thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$ , theo hệ thức Vi-et, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+2) \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 7 \end{cases}.$$

Theo bài ra ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 = x_1 x_2 + 12 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 - 12 = 0 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 - 12 = 0.$$

Thay hệ thức Vi-et vào ta có:

$$[2(m+2)]^2 - 3(m^2 + 7) - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 16m + 16 - 3m^2 - 21 - 12 = 0$$

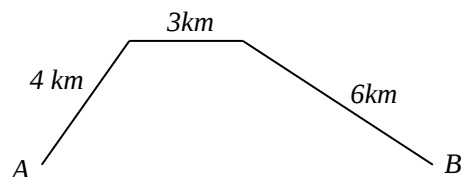
$$\Leftrightarrow m^2 + 16m - 17 = 0$$

Vì  $a + b + c = 1 + 16 + (-17) = 0$  nên phương trình có hai nghiệm:  $m_1 = 1$  (thỏa mãn);  $m_2 = -17$  (loại).

Vậy  $m_1 = 1$  là giá trị cần tìm.

Bài 3. (1,5 điểm)

Quãng đường  $AB$  gồm một đoạn lên dốc dài 4 km, một đoạn bằng phẳng dài 3 km và một đoạn xuống dốc dài 6 km (như hình vẽ). Một người đi xe đạp từ  $A$  đến  $B$  và quay về  $A$  ngay hết tổng cộng 130 phút. Biết rằng vận tốc người đó đi trên đoạn đường bằng phẳng là 12 km/h và vận tốc xuống dốc lớn hơn vận tốc lên dốc 5 km/h (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc và lúc xuống dốc của người đó.



Lời giải

Gọi vận của người đi xe đạp lúc lên dốc là  $x$  (km/h), ( $x > 0$ ).

Ta có vận tốc của người đi xe đạp lúc xuống dốc là  $x+5$  (km/h).

Thời gian đi đoạn lên dốc là:  $\frac{4+6}{x} = \frac{10}{x}$  (h).

Thời gian đi đoạn bằng phẳng là:  $\frac{3+3}{12} = \frac{1}{2}$  (h).

Thời gian đi đoạn xuống dốc là:  $\frac{6+4}{x+5} = \frac{10}{x+5}$  (h).

Vì tổng thời gian đi và về hết 130 phút  $= \frac{13}{6}$  giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{10}{x} + \frac{1}{2} + \frac{10}{x+5} = \frac{13}{6} \Leftrightarrow \frac{10}{x} + \frac{10}{x+5} = \frac{10}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow 6(x+5) + 6x = x(x+5) \Leftrightarrow 6x + 30 + 6x = x^2 + 5x \Leftrightarrow x^2 - 7x - 30 = 0$$

Giải phương trình ta được  $x_1 = -3$  (loại);  $x_2 = 10$  (thỏa mãn).

Vậy vận của người đi xe đạp lúc lên dốc là  $10 \text{ km/h}$ , vận tốc của người đi xe đạp lúc xuống dốc là  $15 \text{ km/h}$ .

**Bài 4. (3,5 điểm)**

Cho đường tròn  $(O; R)$  và điểm  $S$  nằm bên ngoài đường tròn,  $SO = d$ . Kẻ các tiếp tuyến  $SA, SB$  với đường tròn ( $A, B$  là các tiếp điểm).

a) Chứng minh rằng 4 điểm  $S, O, A, B$  cùng thuộc một đường tròn.

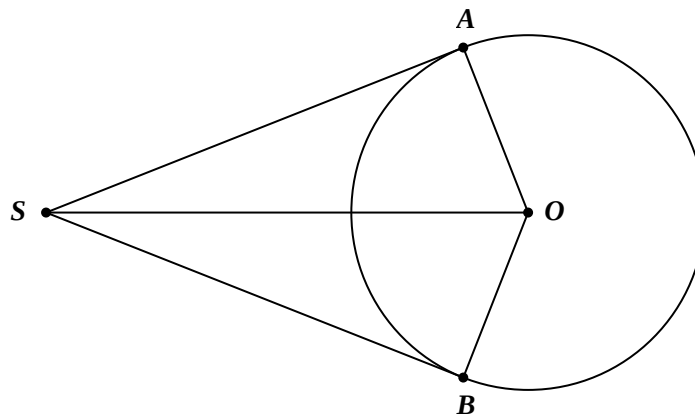
b) Trong trường hợp  $d = 2R$ , tính độ dài đoạn thẳng  $AB$  theo  $R$ .

c) Gọi  $C$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $O$ . Đường thẳng  $SC$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $D$  (khác  $C$ ).

Hai đường thẳng  $AD$  và  $SO$  cắt nhau tại  $M$ . Chứng minh rằng  $SM^2 = MD.MA$ .

d) Tìm mối liên hệ giữa  $d$  và  $R$  để tứ giác  $OAMB$  là hình thoi.

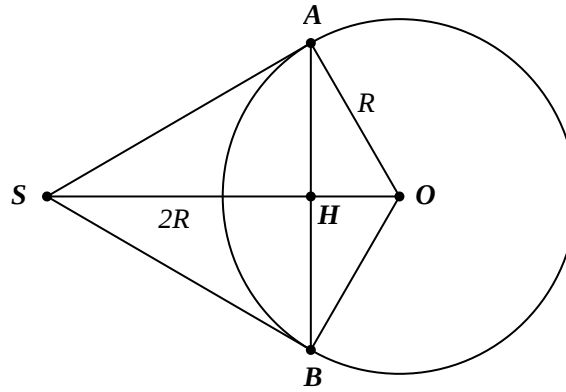
**Lời giải**



**a) Chứng minh rằng 4 điểm  $S, O, A, B$  cùng thuộc một đường tròn.**

Ta có  $SA, SB$  là hai tiếp tuyến của  $(O) \Rightarrow \angle SAO = \angle SBO = 90^\circ$  (tính chất của tiếp tuyến)  $\Rightarrow$  4 điểm  $S, O, A, B$  cùng thuộc đường tròn đường kính  $SO$ .

**b) Trong trường hợp  $d = 2R$ , tính độ dài đoạn thẳng  $AB$  theo  $R$ .**



Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có  $SA = SB$  mà  $OA = OB$  (bán kính của  $(O)$ )  $\Rightarrow SO$  là trung trực của  $AB \Rightarrow SO \perp AB$  tại trung điểm  $H$  của  $AB \Rightarrow AB = 2AH$ ;

Trong  $\triangle SAO$  vuông tại  $A$ , theo định lý Pi-ta-go, ta có

$$SO^2 = AO^2 + SA^2 \Rightarrow SA = \sqrt{SO^2 - AO^2} = \sqrt{(2R)^2 - R^2} = R\sqrt{3}.$$

Trong  $\triangle SAO$  vuông tại  $A$ , có  $AH$  là đường cao, theo hệ thức lượng, ta có

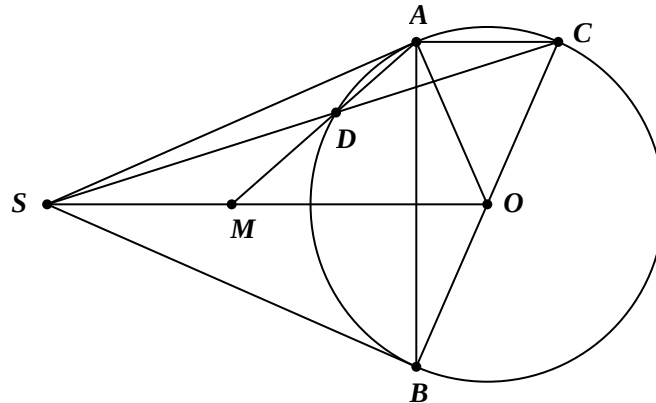
$$AH \cdot SO = SA \cdot AO \Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AO}{SO} = \frac{R\sqrt{3} \cdot R}{2R} = \frac{R\sqrt{3}}{2};$$

$$\Rightarrow AB = 2AH = 2 \cdot \frac{R\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}.$$

Vậy  $AB = R\sqrt{3}$ .

c) Gọi  $C$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $O$ . Đường thẳng  $SC$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $D$  (khác  $C$ ).

Hai đường thẳng  $AD$  và  $SO$  cắt nhau tại  $M$ . Chứng minh rằng  $SM^2 = MD \cdot MA$ .



Xét  $\triangle MSD$  và  $\triangle MAS$  có:

$M$  chung;

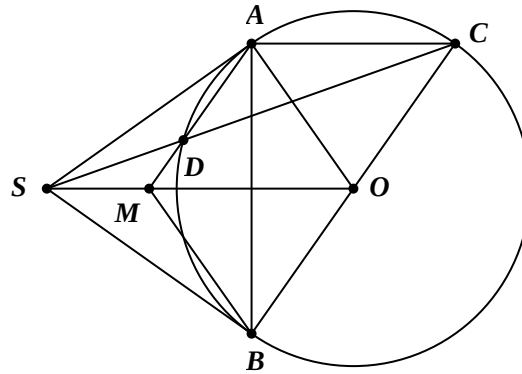
Vì  $C$  đối xứng với  $B$  qua  $O \Rightarrow O$  là trung điểm của  $BC \Rightarrow BC$  là đường kính của  $(O)$

$\Rightarrow \angle BAC = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  $\Rightarrow AC \perp AB \Rightarrow AC \parallel SO$  (cùng vuông góc với  $AB$ )

$\Rightarrow \angle MSD = \angle DCA$  (hai góc so le trong);  $\angle DCA = \angle MAS$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn  $AD$ )  $\Rightarrow \angle MSD = \angle MAS (= \angle DCA)$

$$\Rightarrow \triangle MSD \sim \triangle MAS (g.g) \Rightarrow \frac{MS}{MD} = \frac{MA}{MS} \Rightarrow MS^2 = MD \cdot MA.$$

d) Tìm mối liên hệ giữa  $d$  và  $R$  để tứ giác  $OAMB$  là hình thoi.



Tứ giác  $OAMB$  là hình thoi  $\Rightarrow AB$  là phân giác của  $MAO \Rightarrow MAB = OAB$  (tính chất của hình thoi);

$MAB = DCB$  (hai góc nội tiếp cùng chắn  $DB$ );  $OAB = OSB$  (hai góc nội tiếp cùng chắn  $OB$ )  
 $\Rightarrow DCB = OSB (= MAB = OAB)$ ;

Xét  $\triangle BOS$  và  $\triangle BSC$  có:

$B$  chung;  $BSO = BCS$  (chứng minh trên)

$$\Rightarrow \triangle BOS \sim \triangle BSC (g.g) \Rightarrow \frac{BO}{BS} = \frac{BS}{BC} \Rightarrow BS^2 = BO \cdot BC = R \cdot 2R = 2R^2.$$

Trong  $\triangle SBO$  vuông tại  $B$ , theo định lý Pi-ta-go, ta có:

$$SO^2 = SB^2 + OB^2 \Rightarrow SO^2 = 2R^2 + R^2 = 3R^2 \Rightarrow SO = R\sqrt{3}.$$

Vậy  $d = R\sqrt{3}$  thì tứ giác  $OAMB$  là hình thoi.

#### Bài 5. (1,0 điểm)

Cho  $x$  là số thực bất kỳ. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $T = \frac{x^2+7}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{\sqrt{x^2+3}}{x^2+7}$

#### Lời giải

Với  $x$  là số thực bất kỳ, áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có:

$$\frac{x^2+7}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{x^2+3+4}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \frac{4}{\sqrt{x^2+3}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x^2+3} \cdot \frac{4}{\sqrt{x^2+3}}} = 4.$$

Từ đó:

$$T = \frac{x^2+7}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{\sqrt{x^2+3}}{x^2+7} = \frac{15}{16} \cdot \frac{x^2+7}{\sqrt{x^2+3}} + \left( \frac{1}{16} \cdot \frac{x^2+7}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{\sqrt{x^2+3}}{x^2+7} \right) \geq \frac{15}{16} \cdot 4 + 2\sqrt{\frac{1}{16} \cdot \frac{x^2+7}{\sqrt{x^2+3}} \cdot \frac{\sqrt{x^2+3}}{x^2+7}} = \frac{15}{4} + \frac{2}{4} = \frac{17}{4}.$$

$$\Rightarrow \min T = \frac{17}{4} \text{ khi}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+3} = \frac{4}{\sqrt{x^2+3}} \\ \frac{1}{16} \cdot \frac{x^2+7}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{\sqrt{x^2+3}}{x^2+7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+3=4 \\ x^4+14x^2+49=16x^2+48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=1 \\ x^4-2x^2+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1.$$

$$\text{Vậy } \min T = \frac{17}{4} \text{ khi } x = \pm 1.$$

HẾT

**Bài 1. (2,0 điểm)**

Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50}$ .

b)  $B = \left( 3 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} \right) \cdot \left( 3 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} \right)$  (với  $a \geq 0, a \neq 1$ ).

**Bài 2. (1,5 điểm)**

a) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = (m-1)x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

b) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$$
.

**Bài 3. (2,0 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 - 6x + m + 4 = 0$  (1) ( $m$  là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi  $m = 1$ .

b) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $2020(x_1 + x_2) - 2021x_1x_2 = 2014$ .

**Bài 4. (1,0 điểm)**

Cho  $a, b$  là các số thực dương. Chứng minh  $\frac{a+b}{\sqrt{a(15a+b)} + \sqrt{b(15b+a)}} \geq \frac{1}{4}$ .

**Bài 5. (3,5 điểm)**

Cho đường tròn  $(O; R)$  đường kính  $AB$ , dây cung  $MN$  vuông góc với  $AB$  tại  $I$  sao cho  $AI < BI$ . Trên đoạn thẳng  $MI$  lấy điểm  $H$  ( $H$  khác  $M$  và  $I$ ), tia  $AH$  cắt đường tròn  $(O; R)$  tại điểm thứ hai là  $K$ . Chứng minh rằng:

a) Tứ giác  $BIHK$  nội tiếp đường tròn.

b)  $\triangle AHM$  đồng dạng với  $\triangle AMK$ .

c)  $AH \cdot AK + BI \cdot AB = 4R^2$ .

HẾT

**Bài 1. (2,0 điểm)**

Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50}$ .

b)  $B = \left(3 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(3 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right)$  (với  $a \geq 0, a \neq 1$ ).

**Lời giải**

Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50} = \sqrt{4 \cdot 2} - \sqrt{16 \cdot 2} + \sqrt{25 \cdot 2} = 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ .

b)  $B = \left(3 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(3 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right)$  (với  $a \geq 0, a \neq 1$ ).

$$B = \left(3 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(3 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right) = \left(3 + \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(3 - \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1}\right) \\ = (3 + \sqrt{a})(3 - \sqrt{a}) = 9 - a.$$

Vậy  $a \geq 0, a \neq 1$  thì  $B = 9 - a$ .

**Bài 2. (1,5 điểm)**

a) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = (m - 1)x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

b) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$ .

**Lời giải**

a) Để hàm số  $y = (m - 1)x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  thì

$$m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1.$$

Vậy  $m > 1$  là các giá trị cần tìm.

b) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$ .

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y = 6 \\ x = \frac{8 - 2y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = \frac{8 - 2 \cdot 1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy hệ phương trình có tập nghiệm là  $S = \{(2; 1)\}$ .

**Bài 3. (2,0 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 - 6x + m + 4 = 0$  (1) ( $m$  là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi  $m = 1$ .

b) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $2020(x_1 + x_2) - 2021x_1x_2 = 2014$ .

**Lời giải**

Xét phương trình  $x^2 - 6x + m + 4 = 0$  (1) ( $m$  là tham số).

a) Khi  $m = 1$ , ta có

$$(1) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 1 + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$$

Vì  $a + b + c = 1 + (-6) + 5 = 0 \Rightarrow$  phương trình có hai nghiệm  $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = 5$ .

Vậy  $m = 1$  thì phương trình có tập nghiệm là  $S = \{1; 5\}$ .

b) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn

**Bộ đề ôn thi vào lớp 10**

$$2020(x_1 + x_2) - 2021x_1x_2 = 2014.$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thì

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow (-3)^2 - 1(m+4) > 0 \Leftrightarrow 9 - m - 4 > 0 \Leftrightarrow -m > -5 \Leftrightarrow m < 5.$$

Khi đó theo hệ thức Vi-et, ta có 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1x_2 = m + 4 \end{cases}.$$

$$\text{Theo bài ra } 2020(x_1 + x_2) - 2021x_1x_2 = 2014$$

$$\Rightarrow 2020.6 - 2021.(m+4) = 2014$$

$$\Leftrightarrow 12120 - 2021m - 8084 = 2014$$

$$\Leftrightarrow -2021m = -2022$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{2022}{2021} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy  $m = \frac{2022}{2021}$  là giá trị cần tìm.

**Bài 4. (1,0 điểm)**

Cho  $a, b$  là các số thực dương. Chứng minh  $\frac{a+b}{\sqrt{a(15a+b)} + \sqrt{b(15b+a)}} \geq \frac{1}{4}.$

**Lời giải**

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có:

$$\sqrt{a(15a+b)} = \frac{\sqrt{16a(15a+b)}}{4} \leq \frac{16a+15a+b}{4.2} = \frac{31a+b}{8};$$

$$\sqrt{b(15b+a)} = \frac{\sqrt{16b(15b+a)}}{4} \leq \frac{16b+15b+a}{4.2} = \frac{31b+a}{8};$$

$$\Rightarrow \sqrt{a(15a+b)} + \sqrt{b(15b+a)} \leq \frac{31a+b+31b+a}{8} = \frac{32(a+b)}{8} = 4(a+b);$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a(15a+b)} + \sqrt{b(15b+a)}} \geq \frac{1}{4(a+b)} \Rightarrow \frac{a+b}{\sqrt{a(15a+b)} + \sqrt{b(15b+a)}} \geq \frac{a+b}{4(a+b)} = \frac{1}{4}.$$

Vậy ta có  $\frac{a+b}{\sqrt{a(15a+b)} + \sqrt{b(15b+a)}} \geq \frac{1}{4}.$

Dấu bằng xảy ra khi  $\begin{cases} 16a = 15a+b \\ 16b = 15b+a \end{cases} \Leftrightarrow a = b.$

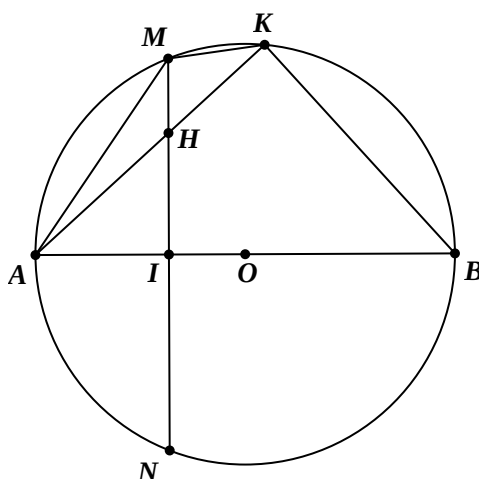
**Bài 5. (3,5 điểm)**

Cho đường tròn  $(O; R)$  đường kính  $AB$ , dây cung  $MN$  vuông góc với  $AB$  tại  $I$  sao cho  $AI < BI$ .

Trên đoạn thẳng  $MI$  lấy điểm  $H$  ( $H$  khác  $M$  và  $I$ ), tia  $AH$  cắt đường tròn  $(O; R)$  tại điểm thứ hai là  $K$ . Chứng minh rằng:

- Tứ giác  $BIHK$  nội tiếp đường tròn.
- $\triangle AHM$  đồng dạng với  $\triangle AMK$ .
- $AH \cdot AK + BI \cdot AB = 4R^2$ .

**Lời giải**



**a) Tứ giác  $BIHK$  nội tiếp đường tròn.**

Tứ giác  $BIHK$  có  $BIH = 90^\circ$  ( $MN \perp AB$ );  $BKH = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  $\Rightarrow$  tứ giác  $BIHK$  nội tiếp đường tròn đường kính  $BH$ .

**b)  $\triangle AHM$  đồng dạng với  $\triangle AMK$ .**

Xét  $\triangle AHM$  và  $\triangle AMK$  có

$A$  chung;

$AB \perp MN \Rightarrow A$  là điểm chính giữa cung  $MN \Rightarrow AN = AM \Rightarrow \angle AMH = \angle AKM$  (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

$\Rightarrow \triangle AHM \sim \triangle AMK$  (g.g).

**c)  $AH \cdot AK + BI \cdot AB = 4R^2$ .**

Ta có  $\triangle AIH \sim \triangle AKB$  (hai tam giác vuông có góc nhọn  $A$  chung)

$$\Rightarrow \frac{AI}{AH} = \frac{AK}{AB} \Rightarrow AH \cdot AK = AI \cdot AB.$$

$$\Rightarrow AH \cdot AK + BI \cdot AB = AI \cdot AB + BI \cdot AB = AB(AI + BI) = AB^2 = (2R)^2 = 4R^2;$$

$$\Rightarrow AH \cdot AK + BI \cdot AB = 4R^2.$$

**HẾT**

**Câu 1. (2,0 điểm)** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $P = \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$ .

b)  $Q = \left( \frac{1}{2\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{1-4x}$  với  $x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}$ .

**Câu 2. (1,0 điểm)** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai đường thẳng  $(d): y = mx + 3m + 2$  và  $(d_1): y = x + 1$ .

Tìm giá trị của  $m$  để hai đường thẳng  $(d)$  và  $(d_1)$  song song với nhau.

**Câu 3. (2,0 điểm)** Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$  ( $m$  là tham số)

a) Giải phương trình với  $m = 1$ .

b) Tìm giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 + 6 = 4x_1x_2$

**Câu 4. (1,0 điểm)** Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ  $1kWh$  đến  $100kWh$  thì giá điện là:  $1500đ/kWh$

Bậc 2: Từ  $101kWh$  đến  $150kWh$  thì giá điện là:  $2000đ/kWh$

Bậc 3: Từ  $151kWh$  trở lên thì giá điện là:  $4000đ/kWh$

(Ví dụ: Nếu dùng  $170kWh$  thì có  $100kWh$  tính theo giá bậc 1, có  $50kWh$  tính theo giá bậc 2 và có  $20kWh$  tính theo giá bậc 3).

Tháng 4 năm 2021 tổng số tiền điện của nhà bạn  $A$  và nhà bạn  $B$  là  $560000$  đ. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn  $A$  tăng  $30\%$ , nhà bạn  $B$  tăng  $20\%$ , do đó tổng số tiền điện của cả hai nhà trong tháng 5 là  $701000$  đ. Hỏi tháng 4 nhà bạn  $A$  phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu  $kWh$ ? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

**Câu 5. (1,0 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có độ dài cạnh  $AB = 3cm$ , cạnh  $AC = 4cm$ . Gọi  $AH$  là đường cao của tam giác, tính diện tích tam giác  $AHC$ .

**Câu 6. (2,0 điểm)**

Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn tâm  $O$ ;  $E$  là điểm chính giữa cung nhỏ  $BC$ .

a) Chứng minh  $CAE = BCE$ .

b) Gọi  $M$  là điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $EM = EC$  ( $M$  khác  $C$ );  $N$  là giao điểm của  $BM$  với đường tròn tâm  $O$  ( $N$  khác  $B$ ). Gọi  $I$  là giao điểm của  $BM$  với  $AE$ ;  $K$  là giao điểm của  $AC$  với  $EN$ . Chứng minh tứ giác  $EKMI$  nội tiếp.

**Câu 7. (1,0 điểm)**

Cho các số thực không âm  $a, b, c$  thỏa mãn:  $a + b + c = 2021$ . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$ .

HẾT

**Câu 1. (2,0 điểm)** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $P = \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$ .

$$P = \sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{5}$$

$$P = \sqrt{9 \cdot 5} + \sqrt{4 \cdot 5} - \sqrt{5}$$

$$P = 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = 4\sqrt{5}.$$

vậy  $P = 4\sqrt{5}$ .

b)  $Q = \left( \frac{1}{2\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{1-4x}$  với  $x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}$ .

$$Q = \left( \frac{1}{2\sqrt{x}+1} + \frac{1}{2\sqrt{x}-1} \right) : \frac{1}{1-4x}$$

$$Q = \frac{2\sqrt{x}-1+2\sqrt{x}+1}{(2\sqrt{x}+1)(2\sqrt{x}-1)} : \frac{1}{1-4x}$$

$$Q = \frac{4\sqrt{x}}{4x-1} : \frac{1}{1-4x}$$

$$Q = \frac{4\sqrt{x}}{4x-1} \cdot (1-4x) = \frac{4\sqrt{x}}{-(1-4x)} \cdot (1-4x) = -4\sqrt{x}$$

vậy  $Q = -4\sqrt{x}$ , với  $x \geq 0, x \neq \frac{1}{4}$ .

**Câu 2. (1,0 điểm)** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai đường thẳng  $(d): y = mx + 3m + 2$  và  $(d_1): y = x + 1$ .

Tìm giá trị của  $m$  để hai đường thẳng  $(d)$  và  $(d_1)$  song song với nhau.

Hai đường thẳng  $(d)$  và  $(d_1)$  song song với nhau khi và chỉ khi  $\begin{cases} m = 1 \\ 3m + 2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m \neq -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$

Vậy với  $m = 1$  thì  $(d)$  và  $(d_1)$  song song với nhau.

**Câu 3. (2,0 điểm)** Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$  ( $m$  là tham số)

a) Giải phương trình với  $m = 1$ .

Với  $m = 1$ , phương trình đã cho trở thành  $x^2 - 4x + 1 = 0$ .

Ta có  $\Delta' = 2^2 - 1 = 3 > 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} = 2 + \sqrt{3} \\ x_2 = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} = 2 - \sqrt{3} \end{cases}.$$

Vậy khi  $m = 1$  tập nghiệm của phương trình là  $S = \{2 \pm \sqrt{3}\}$ .

b) Tìm giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn:  $x_1^2 + x_2^2 + 6 = 4x_1x_2$

Ta có:  $\Delta' = (m+1)^2 - m^2 = 2m + 1$ .

Để phương trình đã cho có 2 nghiệm  $x_1, x_2$  thì  $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2m+1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$ .

Khi đó áp dụng định lí Vi-ét ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 \end{cases}$$

Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 + 6 &= 4x_1 x_2 \\ \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + 6 &= 4x_1 x_2 \\ \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 6x_1 x_2 + 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 6m^2 + 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow -2m^2 + 8m + 10 &= 0(1) \end{aligned}$$

Ta có  $a - b + c = -2 - 8 + 10 = 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt 
$$\begin{cases} m_1 = -1(ktm) \\ m_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{10}{-2} = 5(tm) \end{cases}$$

Vậy có 1 giá trị của  $m$  thỏa mãn là  $m = 5$ .

**Câu 4. (1,0 điểm)** Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ  $1kWh$  đến  $100kWh$  thì giá điện là:  $1500đ/kWh$

Bậc 2: Từ  $101kWh$  đến  $150kWh$  thì giá điện là:  $2000đ/kWh$

Bậc 3: Từ  $151kWh$  trở lên thì giá điện là:  $4000đ/kWh$

(Ví dụ: Nếu dùng  $170kWh$  thì có  $100kWh$  tính theo giá bậc 1, có  $50kWh$  tính theo giá bậc 2 và có  $20kWh$  tính theo giá bậc 3).

Tháng 4 năm 2021 tổng số tiền điện của nhà bạn A và nhà bạn B là  $560000$  đ. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng  $30\%$ , nhà bạn B tăng  $20\%$ , do đó tổng số tiền điện của cả hai nhà trong tháng 5 là  $701000$  đ. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu  $kWh$ ? (biết rằng số tiền điện ở trên không tính thuế giá trị gia tăng).

Gọi số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là  $x(x > 0)$  (đồng)

Số tiền điện nhà bạn B phải trả trong tháng 4 là  $y(y > 0)$  (đồng)

Theo bài ta có tổng số tiền điện trong tháng 4 nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là  $560000$  nên ta có phương trình  $x + y = 560000$  (1)

Số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn A phải trả là  $x + 30\%x = 1,3x$  (đồng)

Số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn B phải trả là:  $y + 20\%y = 1,2y$  (đồng)

Theo bài ta có tổng số tiền điện trong tháng 5 nhà bạn A và nhà bạn B phải trả là  $701000$  nên ta có phương trình:  $1,3x + 1,2y = 701000$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 560000 \\ 1,3x + 1,2y = 701000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 1,3(560000 - y) + 1,2y = 701000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 728000 - 0,1y = 701000 \end{cases}$$

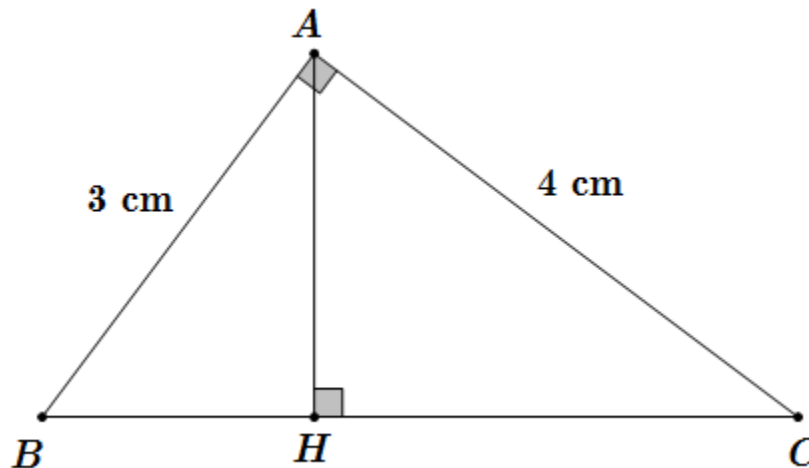
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 560000 - y \\ 0,1y = 27000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 290000 \\ y = 270000 \end{cases}$$

Vậy số tiền điện nhà bạn A phải trả trong tháng 4 là 290000 đồng.

Nhận thấy:  $290000 = 100.1500 + 50.2000 + 10.4000$

Vậy số điện nhà bạn A dùng trong tháng 4 là  $100 + 50 + 10 = 160(kWh)$ .

**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có độ dài cạnh  $AB = 3\text{cm}$ , cạnh  $AC = 4\text{cm}$ . Gọi  $AH$  là đường cao của tam giác, tính diện tích tam giác  $AHC$ .



Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông  $ABC$  ta có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{25}{144}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{144}{25}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{12}{5}(\text{cm})$$

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông  $AHC$  ta có:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2$$

$$\Rightarrow 4^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^2 + HC^2$$

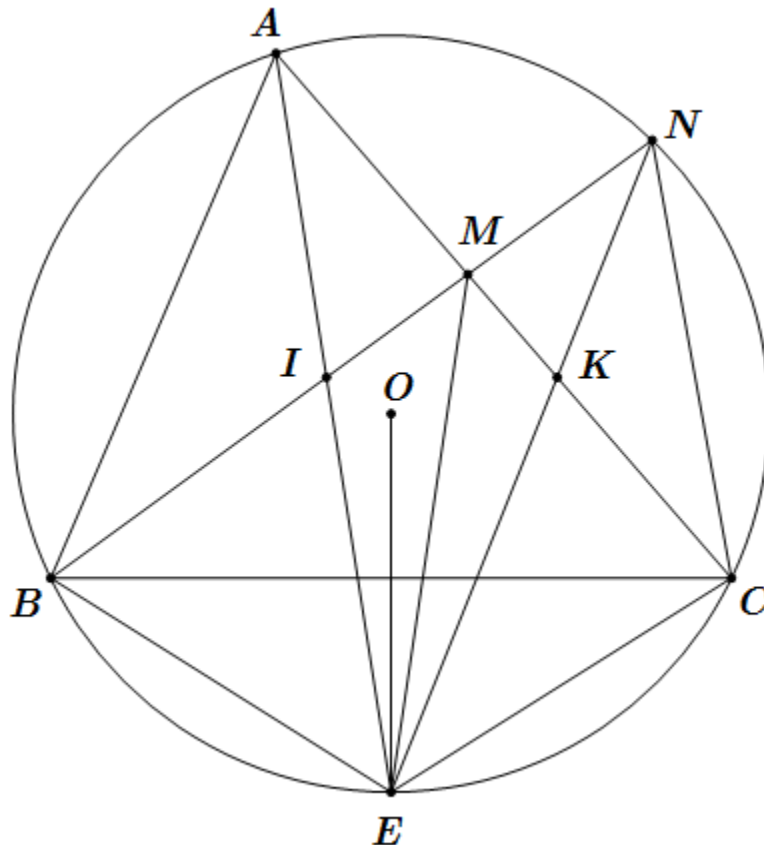
$$\Rightarrow HC^2 = 16 - \frac{144}{25}$$

$$\Rightarrow HC^2 = \frac{256}{25}$$

$$\Rightarrow HC = \frac{16}{5}(\text{cm})$$

Vì tam giác  $AHC$  vuông tại  $H$  nên  $S_{\triangle AHC} = \frac{1}{2}AH.HC = \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{5} \cdot \frac{16}{5} = \frac{96}{25}(\text{cm}^2)$ .

**Câu 6. (2, 0 điểm)** Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn tâm  $O$ ;  $E$  là điểm chính giữa cung nhỏ  $BC$ .



a) Chứng minh  $CAE = BCE$ .

Vì  $E$  là điểm chính giữa của cung nhỏ  $BC$  nên  $\text{sđc } BE = \text{sđc } CE$ .

$\Rightarrow CAE = BCE$  (trong một đường tròn, hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau thì bằng nhau).

b) Gọi  $M$  là điểm trên cạnh  $AC$  sao cho  $EM = EC$  ( $M$  khác  $C$ );  $N$  là giao điểm của  $BM$  với đường tròn tâm  $O$  ( $N$  khác  $B$ ). Gọi  $I$  là giao điểm của  $BM$  với  $AE$ ;  $K$  là giao điểm của  $AC$  với  $EN$ . Chứng minh tứ giác  $EKMI$  nội tiếp.

Vì  $EM = EC$  (gt), mà  $EB = EC$  (do  $\text{sđc } EB = \text{sđc } EC$ )  $\Rightarrow EB = EM$ .

$\Rightarrow \triangle EBM$  cân tại  $M \Rightarrow EBM = EMB$  (2 góc ở đáy).

Ta có:  $EBM + ECN = 180^\circ$  (2 góc đối diện của tứ giác nội tiếp  $BECN$ )

$EMB + EMN = 180^\circ$  (kề bù)

$$\Rightarrow ECN = EMN.$$

Lại có  $ENC = ENM$  ( 2 góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

$$\Rightarrow ECN + ENC = EMN + ENM$$

$$\Rightarrow 180^\circ - CEN = 180^\circ - MEN$$

$$\Rightarrow CEN = MEN$$

$\Rightarrow EK$  là phân giác của  $MEC$ .

Mà tam giác  $EMC$  cân tại  $E$  ( $EM = EC$ ) nên  $EK$  đồng thời là đường cao  $\Rightarrow EK \perp MC$ .

$$\Rightarrow EKM = 90^\circ.$$

$$\Rightarrow EAK + AEK = 90^\circ.$$

Mà  $EAK = EAC = BNE$  ( 2 góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

$$\Rightarrow BNE + AEK = 90^\circ \Rightarrow BNI + IEN = 90^\circ \Rightarrow EIN \text{ vuông tại } I.$$

$$\Rightarrow EIN = 90^\circ \Rightarrow EIM = 90^\circ.$$

Xét tứ giác  $EKMI$  có:  $EKM + EIM = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ .

Vậy  $EKMI$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$  ).

**Câu 7. (1,0 điểm)** Cho các số thực không âm  $a, b, c$  thỏa mãn:  $a + b + c = 2021$ . Tìm giá trị lớn nhất và giá

trị nhỏ nhất của biểu thức:  $P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$ .

$$\text{Ta có: } P = \sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a}$$

$$\Rightarrow P^2 = (\sqrt{a+b} + \sqrt{b+c} + \sqrt{c+a})^2 \leq 3(a+b+b+c+c+a) = 6.2021 = 12126 \text{ (BĐT Buniacopski)}$$

$$\Rightarrow P^2 \leq 12126 \Leftrightarrow P \leq \sqrt{12126}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow 2021 - c = 2021 - a = a + c \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ 2021 - a = 2a \end{cases} \Leftrightarrow a = c = \frac{2021}{3} = b.$$

$$\text{Vậy } P_{\max} = \sqrt{12126} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{2021}{3}.$$

\_\_\_\_\_ **HẾT** \_\_\_\_\_

**Bài 1 (1,5 điểm)**

Cho hai biểu thức:

$$A = \sqrt{50} - 3\sqrt{8} + \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2};$$

$$B = \frac{x\sqrt{x} - \sqrt{x}}{x-1} + \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} \quad (\text{với } x \geq 0, x \neq 1).$$

a) Rút gọn các biểu thức  $A, B$ .

b) Tìm các giá trị của  $x$  sao cho  $A \leq B$ .

**Bài 2 (1,5 điểm)**

$$1. \text{ Giải hệ phương trình } \begin{cases} 2x + \frac{1}{\sqrt{y}} = 3 \\ x - \frac{1}{\sqrt{y}} = 0 \end{cases}.$$

2. Bạn Nam hiện có 50000 đồng. Để phục vụ cho việc học tập, bạn muốn mua một quyển sách tham khảo Toán có giá trị 150000 đồng. Vì thế, bạn Nam đã lên kế hoạch mỗi ngày tiết kiệm 5000 đồng. Gọi số tiền bạn Nam tiết kiệm được sau  $x$  (ngày) (gồm cả tiền hiện có và tiền tiết kiệm được hàng ngày) là  $y$  (đồng).

a) Lập công thức tính  $y$  theo  $x$ .

b) Hỏi sau bao nhiêu ngày bạn Nam có vừa đủ tiền để mua được quyển sách tham khảo Toán?

**Bài 3 (2,5 điểm)**

1. Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$  (1) ( $x$  là ẩn số,  $m$  là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi  $m = 1$

b) Xác định các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn điều kiện:

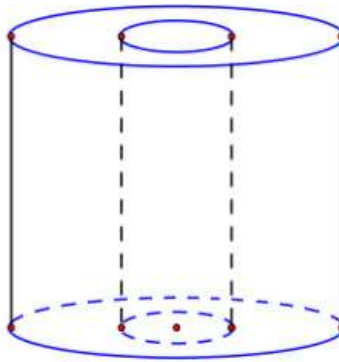
$$x_1^2 + 2(m+1)x_2 = 12m + 2$$

2. Bài toán có nội dung thực tế:

Lúc 9 giờ sáng, một xe ô tô khởi hành từ  $A$  đến  $B$  với vận tốc không đổi trên cả quãng đường là  $55 \text{ km/h}$ . Sau khi xe ô tô này đi được 20 phút thì cũng trên quãng đường đó, một xe ô tô khác bắt đầu đi từ  $B$  về  $A$  với vận tốc không đổi trên cả quãng đường là  $45 \text{ km/h}$ . Hỏi hai xe ô tô gặp nhau lúc mấy giờ? Biết quãng đường  $AB$  dài  $135 \text{ km}$ .

**Bài 4 (0,75 điểm)**

Một vật thể đặc bằng kim loại dạng hình trụ có bán kính đường tròn đáy và chiều cao đều bằng  $6 \text{ cm}$ . Người ta khoan xuyên qua hai mặt đáy của vật thể đó theo phương vuông góc với mặt đáy, phần bị khoan là một lỗ hình trụ có bán kính đường tròn đáy bằng  $2 \text{ cm}$  (Hình 1). Tính thể tích phần còn lại của vật thể đó.



**Bài 5 (3 điểm)**

Cho  $\triangle ABC$  có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Các đường cao  $AD, BE$  và  $CF$  của  $\triangle ABC$  cắt nhau tại  $H$ .

a) Chứng minh  $BCEF$  và  $CDHE$  là các tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh  $EB$  là tia phân giác của  $FED$  và  $\triangle BFE$  đồng dạng với  $\triangle DHE$ .

c) Giao điểm của  $AD$  với đường tròn  $(O)$  là  $I(I \neq A)$ ,  $IE$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $K(K \neq I)$ . Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $EF$ . Chứng minh rằng ba điểm  $B, M, K$  thẳng hàng.

**Câu 6 (0,75 điểm)**

Cho ba số thực dương  $x, y, z$  thỏa mãn điều kiện  $x^2 \geq y^2 + z^2$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{1}{x^2}(y^2 + z^2) + x^2\left(\frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right) + 2016$ .

HẾT

**Bài 1 (1,5 điểm)**

$$a) A = \sqrt{50} - 3\sqrt{8} + \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2}$$

$$A = \sqrt{5^2 \cdot 2} - 3\sqrt{2^2 \cdot 2} + |\sqrt{2} + 1|$$

$$A = 5\sqrt{2} - 3 \cdot 2\sqrt{2} + \sqrt{2} + 1 \quad (\text{Do } \sqrt{2} + 1 > 0)$$

$$A = (5 - 6 + 1)\sqrt{2} + 1$$

$$A = 1$$

Vậy  $A = 1$ .

$$B = \frac{x\sqrt{x} - \sqrt{x}}{x-1} + \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} \quad (\text{với } x \geq 0, x \neq 1).$$

Với  $x \geq 0, x \neq 1$  ta có:

$$B = \frac{x\sqrt{x} - \sqrt{x}}{x-1} + \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(x-1)}{x-1} + \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}+1}$$

$$B = \sqrt{x} + \sqrt{x} - 1$$

$$B = 2\sqrt{x} - 1$$

Vậy với  $x \geq 0, x \neq 1$  thì  $B = 2\sqrt{x} - 1$ .

b) Điều kiện:  $x \geq 0, x \neq 1$

Ta có:

$$A \leq B \Leftrightarrow 1 \leq 2\sqrt{x} - 1$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x} \geq 2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 1$$

$$\Leftrightarrow x \geq 1$$

Kết hợp với điều kiện ta được  $x > 1$  thì  $A \leq B$ .

Vậy  $x > 1$  thì  $A \leq B$ .

**Bài 2 (1,5 điểm)**

1. Điều kiện  $y > 0$ .

$$\text{Đặt } \frac{1}{\sqrt{y}} = t (t > 0)$$

$$\text{Khi đó ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 2x+t=3 \\ x-t=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x=3 \\ x=t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ t=1(tm) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{y}} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{y} = 1 \Leftrightarrow y = 1(tm)$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $(1; 1)$

2. a) Điều kiện:  $x \in \mathbb{N}, y \geq 50000$ .

Sau  $x$  ngày, bạn Nam tiết kiệm được số tiền là:  $5000x$  (đồng).

Như vậy tổng số tiền bạn Nam có sau khi tiết kiệm được hàng ngày là:  $y = 50000 + 5000x$  (đồng).

Vậy  $y = 50000 + 5000x$  đồng.

b) Khi bạn Nam đủ tiền mua sách thì bạn Nam cần có 150000 đồng nên ta có phương trình:

$$50000 + 5000x = 150000$$

$$\Leftrightarrow 5000x = 100000$$

$$\Leftrightarrow x = 20(tm)$$

Vậy sau 20 ngày thì bạn Nam đủ tiền mua sách tham khảo môn Toán.

**Bài 3 (2,5 điểm)**

1. a) Thay  $m = 1$  vào phương trình (1) ta có:

$$x^2 - 2(1+1)x + 1^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

Phương trình có:  $a + b + c = 1 - 4 + 3 = 0$

$\Rightarrow$  Phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1 = 1$  và  $x_2 = \frac{c}{a} = 3$ .

Vậy với  $m = 1$  thì phương trình có tập nghiệm là:  $S = \{1; 3\}$ .

b) Xét phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$  (1)

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow (m+1)^2 - (m^2 + 2) > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m + 1 - m^2 - 2 > 0$$

$$\Leftrightarrow 2m - 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow m > \frac{1}{2}$$

Với  $m > \frac{1}{2}$  thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .

Áp dụng định lý Vi-ét ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m^2 + 2 \end{cases}$ .

Theo đề bài ta có:  $x_1^2 + 2(m+1)x_2 = 12m + 2$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 12m + 2$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 = 12m + 2$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 + x_1 x_2 = 12m + 2$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2 = 12m + 2$$

$$\Leftrightarrow 4(m+1)^2 - (m^2 + 2) = 12m + 2$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 8m + 4 - m^2 - 2 = 12m + 2$$

$$\Leftrightarrow 3m^2 - 4m = 0$$

$$\Leftrightarrow m(3m - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 3m - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0(ktm) \\ m = \frac{4}{3}(tm) \end{cases}$$

Vậy  $m = \frac{4}{3}$  là thỏa mãn bài toán.

2. Đổi 20 phút  $= \frac{1}{3}(h)$ .

Quãng đường ô tô đi từ  $A$  đến  $B$  trong 20 phút là:  $55 \cdot \frac{1}{3} = \frac{55}{3}(km)$ .

Gọi thời gian ô tô đi từ  $B$  đến  $A$  đi đến khi gặp ô tô đi từ  $A$  đến  $B$  là  $x(h), (x > 0)$ .

$\Rightarrow$  Thời gian ô tô đi từ  $A$  đến  $B$  đi đến khi gặp ô tô đi từ  $B$  đến  $A$  là:  $x + \frac{1}{3}(h)$ .

$\Rightarrow$  Quãng đường ô tô đi từ  $A$  đến  $B$  đi được đến khi 2 xe gặp nhau là:  $55 \left( x + \frac{1}{3} \right) = 55x + \frac{55}{3}(km)$ .

Quãng đường ô tô đi từ  $B$  đến  $A$  đi được đến khi 2 xe gặp nhau là:  $45x(km)$ .

Quãng đường  $AB$  dài  $135km$

Quãng đường ô tô đi từ  $A$  đi trước ô tô đi từ  $B$  là:

$$55 \cdot \frac{1}{3} = \frac{55}{3}(km)$$

Đến lúc 9h20 phút hai xe còn cách nhau là:

$$135 - \frac{55}{3} = \frac{350}{3}(km)$$

Thời gian hai xe gặp nhau là:

$$\frac{350}{3} : (55 + 45) = \frac{7}{6}(h)$$

Đổi  $\frac{7}{6}$  giờ  $= 1$  giờ 10 phút

Thời điểm hai xe gặp nhau là:

9 giờ 20 phút + 1 giờ 10 phút  $= 10$  giờ 30 phút

Vậy hai xe gặp nhau lúc 10 giờ 30 phút.

#### **Bài 4 (0,75 điểm)**

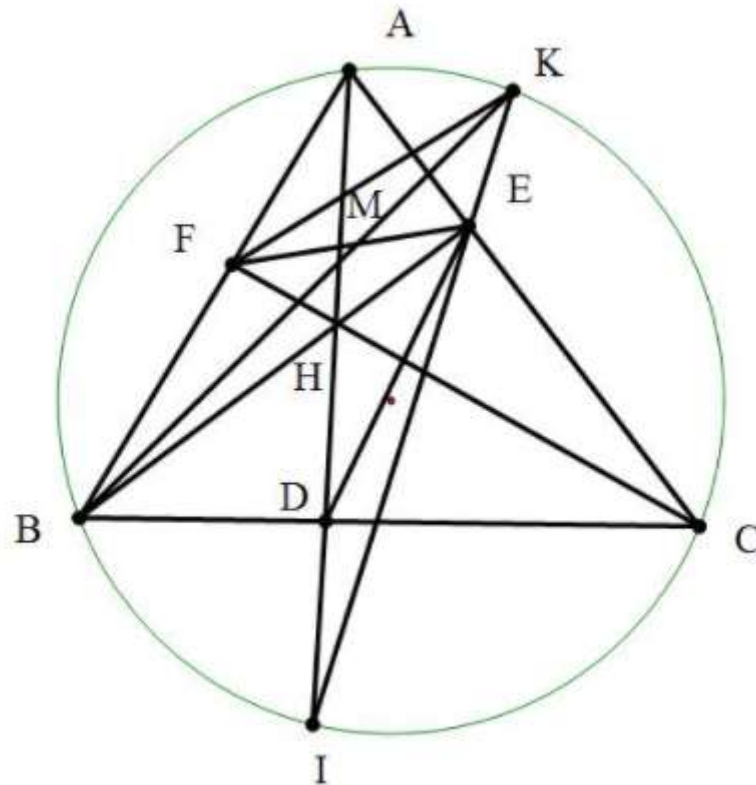
Thể tích của vật thể lúc đầu là:  $V_1 = \pi R^2 h = \pi \cdot 6^2 \cdot 6 = 216\pi (cm^3)$ .

Thể tích của phần vật thể bị khoan là:  $V_2 = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 6 = 24\pi (cm^3)$ .

$\Rightarrow$  Thể tích phần còn lại của vật thể đã cho là:  $V = V_1 - V_2 = 216\pi - 24\pi = 192\pi (cm^3)$ .

Vậy thể tích phần còn lại của vật thể đã cho là  $192\pi cm^3$ .

#### **Bài 5 (3 điểm)**



a) Ta có:  $AD, BE, CF$  lần lượt là các đường cao của  $\triangle ABC$

$$\Rightarrow \begin{cases} AD \perp BC \\ BE \perp AC \Rightarrow \angle ADC = \angle BEC = \angle BFC = 90^\circ \\ CF \perp AB \end{cases}$$

Xét tứ giác  $BCEF$  ta có:  $\angle BEC = \angle BFC = 90^\circ$  (cmt)

$\Rightarrow BCEF$  là tứ giác nội tiếp. (Tứ giác có hai đỉnh kề 1 cạnh cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau).

Xét tứ giác  $CDHE$  ta có:  $\angle CDH + \angle CEH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow BCEF$  là tứ giác nội tiếp. (Tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng  $180^\circ$  ).

b) Ta có:  $BCEF$  là tứ giác nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow \angle FEB = \angle FCB$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $BF$  )

Lại có:  $CEHD$  là tứ giác nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow \angle HED = \angle HCD$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $HD$  )

Hay  $\angle FED = \angle FCB$

$\Rightarrow \angle FEB = \angle BED (= \angle FCB)$

$\Rightarrow EB$  là tia phân giác của  $\angle FED$  . (dpcm)

Ta có:  $BCEF$  là tứ giác nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow \angle FBE = \angle FCE$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $EF$  )

Lại có:  $CEHD$  là tứ giác nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow \angle HDE = \angle HCE$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $EH$  )

Hay  $FCE = HDE$

$$\Rightarrow FBE = HDE (= FCE)$$

Xét  $\triangle BFE$  và  $\triangle DHE$  ta có:

$$FBE = HDE (\text{cmt})$$

$$FEB = HED (\text{cmt})$$

$$\Rightarrow \triangle BFE \sim \triangle DHE (g - g) (\text{đpcm}).$$

c) Chứng minh:  $HI = 2HD$

$$\triangle BFE \sim \triangle DHE \Rightarrow \frac{BF}{DH} = \frac{FE}{HE} \Rightarrow \frac{BF}{HI} = \frac{FM}{HE}$$

Lại có  $BFE = IHE (= 180^\circ - BCA)$

$$\text{Suy ra } \triangle BFM \sim \triangle IHE (c.g.c) \Rightarrow FBM = HIK$$

Mà  $HIK = FBK \Rightarrow B, K, M$  thẳng hàng.

**Câu 6 (0,75 điểm)**

$$P = \frac{1}{x^2} (y^2 + z^2) + x^2 \left( \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} \right) + 2016 \geq \frac{y^2 + z^2}{x^2} + \frac{4x^2}{y^2 + z^2} + 2016$$

$$\Rightarrow P \geq \left( \frac{y^2 + z^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2 + z^2} \right) + \frac{3x^2}{y^2 + z^2} + 2016$$

$$\frac{y^2 + z^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2 + z^2} \geq 2$$

$$x^2 \geq y^2 + z^2 \Rightarrow \frac{3x^2}{y^2 + z^2} \geq 3$$

$$\Rightarrow P \geq 2021 \Rightarrow \text{Min } P = 2021 \Leftrightarrow x = y\sqrt{2} = z\sqrt{2}$$

\_\_\_\_\_ **HẾT** \_\_\_\_\_

**Bài 1. (3,0 điểm)**

Không sử dụng máy tính cầm tay, giải các phương trình và hệ phương trình sau đây:

a.  $(\sqrt{2}+1)x - \sqrt{2} = 2$ .

b.  $x^4 + x^2 - 6 = 0$ .

c.  $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ x - y = 4 \end{cases}$ .

**Bài 2. (2,0 điểm)**

Cho hai hàm số  $y = x^2$  có đồ thị là parabol  $(P)$  và  $y = x + 2$  có đồ thị là đường thẳng  $(d)$ .

a. Vẽ đồ thị  $(P)$  và  $(d)$  trên cùng một hệ trục tọa độ.

b. Bằng phép tính, tìm tọa độ giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$ .

**Bài 3. (2,0 điểm)**

Cho phương trình bậc hai  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m - 4 = 0$  ( $m$  là tham số,  $x$  là ẩn số).

a. Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .

b. Đặt  $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ . Tính  $A$  theo  $m$  và tìm  $m$  để  $A = 18$

**Bài 4.**

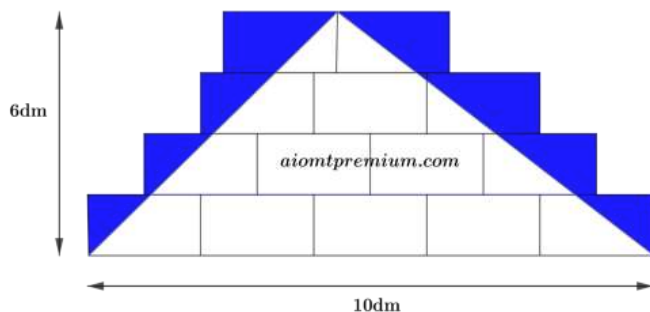
Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  theo thứ tự lần lượt nằm trên nửa đường tròn đường kính  $AD$ . Gọi  $E$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Kẻ  $EF$  vuông góc với  $AD$  ( $F$  thuộc  $AD$ ).

a. Chứng minh tứ giác  $ABEF$  nội tiếp.

b. Chứng minh  $BD$  là tia phân giác của góc  $CBF$ .

**Bài 5.**

Một bức tường được xây bằng các viên gạch hình chữ nhật bằng nhau và được bố trí như hình vẽ bên. Phần sơn màu (tô đậm) là phần ngoài của một hình tam giác có cạnh đáy 10dm và chiều cao 6dm. Tính diện tích phần tô đậm.



HẾT

**Bài 1. (3,0 điểm)**

Không sử dụng máy tính cầm tay, giải các phương trình và hệ phương trình sau đây:

a.  $(\sqrt{2}+1)x - \sqrt{2} = 2$ .

b.  $x^4 + x^2 - 6 = 0$ .

c.  $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ x - y = 4 \end{cases}$ .

**Lời giải.**

a.  $(\sqrt{2}+1)x - \sqrt{2} = 2$

$\Leftrightarrow (\sqrt{2}+1)x = 2 + \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow x = \frac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}$ .

Vậy phương trình có nghiệm:  $x = \sqrt{2}$ .

b.  $x^4 + x^2 - 6 = 0$ .

Đặt  $t = x^2$ , điều kiện ( $t \geq 0$ ).

Khi đó phương trình đã cho trở thành:  $t^2 + t - 6 = 0$ .

Ta có:  $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6) = 25 > 0$ .

$\Rightarrow$  Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$t_1 = \frac{-1+\sqrt{25}}{2 \cdot 1} = 2$  (thỏa điều kiện).

$t_2 = \frac{-1-\sqrt{25}}{2 \cdot 1} = -3$  (không thỏa điều kiện).

Với  $t = 2 \Rightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$ .

c.  $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 15 \\ x - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$ .

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (5; 1)$ .

**Bài 2. (2,0 điểm)**

Cho hai hàm số  $y = x^2$  có đồ thị là parabol ( $P$ ) và  $y = x + 2$  có đồ thị là đường thẳng ( $d$ ).

a. Vẽ đồ thị ( $P$ ) và ( $d$ ) trên cùng một hệ trục tọa độ.

b. Bằng phép tính, tìm tọa độ giao điểm của ( $P$ ) và ( $d$ ).

**Lời giải.**

a. **Vẽ đồ thị ( $P$ ) và ( $d$ ) trên cùng một hệ trục tọa độ.**

• Vẽ đồ thị hàm số  $y = x + 2$ .

Đồ thị hàm số  $y = x + 2$  là đường thẳng đi qua điểm  $(0; 2)$  và điểm  $(-1; 1)$ .

• Vẽ đồ thị hàm số  $y = x^2$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

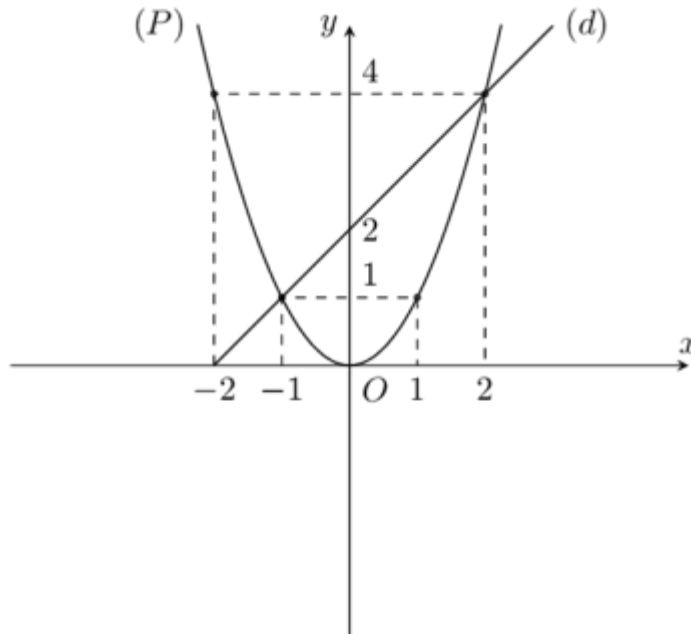
$a = 1 > 0$ , hàm số đồng biến khi  $x > 0$ , hàm số nghịch biến khi  $x < 0$ .

Bảng giá trị:

**Bộ đề ôn thi vào lớp 10**

|           |    |    |   |   |   |
|-----------|----|----|---|---|---|
| $x$       | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y = x^2$ | 4  | 1  | 0 | 1 | 4 |

Đồ thị hàm số  $y = x^2$  là đường cong Parabol đi qua gốc tọa độ  $O$  và nhận  $Oy$  làm trục đối xứng.



**b. Bằng phép tính, tìm tọa độ giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$ .**

Phương trình hoành độ giao điểm:  $x^2 = x + 2$ .

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 2, \text{ hoặc } x = -1$$

Với  $x = 2 \Rightarrow y = 4$ .

Với  $x = -1 \Rightarrow y = 1$ .

Vậy tọa độ giao điểm của Parabol  $(P)$  và đường thẳng  $d$  là:  $(2; 4)$  và  $(-1; 1)$ .

**Bài 3. (2,0 điểm)**

Cho phương trình bậc hai  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m - 4 = 0$  ( $m$  là tham số,  $x$  là ẩn số).

a. Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .

b. Đặt  $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ . Tính  $A$  theo  $m$  và tìm  $m$  để  $A = 18$

**Lời giải.**

**a. Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .**

$$x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m - 4 = 0 \quad (*)$$

$$\Delta' = (m-1)^2 - (m^2 - 3m - 4) = m^2 - 2m + 1 - m^2 + 3m + 4 = m + 5.$$

Để phương trình  $(*)$  có hai nghiệm phân biệt thì  $\Delta' > 0$  hay  $m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > -5$ .

Vậy với  $m > -5$  thì phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$

**b. Đặt  $A = x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ . Tính  $A$  theo  $m$  và tìm  $m$  để  $A = 18$**

Theo hệ thức Vi – ét, ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2(m-1) = 2m-2 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = m^2 - 3m - 4 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta có:

$$\begin{aligned} A &= x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 \\ &= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - x_1 x_2 \\ &= (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 \\ &= (2m-2)^2 - 3(m^2 - 3m - 4) \\ &= 4m^2 - 8m + 4 - 3m^2 + 9m + 12 \\ &= m^2 + m + 16 \end{aligned}$$

Với  $A = 8 \Rightarrow m^2 + m + 16 = 18$

$$\Leftrightarrow m^2 + m + 16 - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m+2)(m-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m+2=0 \\ m-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-2(tm) \\ m=1(tm) \end{cases}.$$

Vậy  $m = -2$  và  $m = 1$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

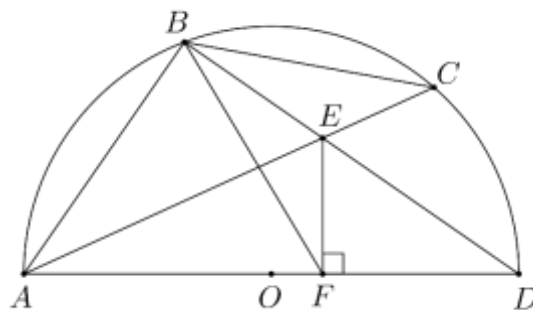
#### Bài 4.

Cho bốn điểm  $A, B, C, D$  theo thứ tự lần lượt nằm trên nửa đường tròn đường kính  $AD$ . Gọi  $E$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Kẻ  $EF$  vuông góc với  $AD$  ( $F$  thuộc  $AD$ ).

a. Chứng minh tứ giác  $ABEF$  nội tiếp.

b. Chứng minh  $BD$  là tia phân giác của góc  $CBF$ .

Lời giải



**a. Chứng minh tứ giác  $ABEF$  nội tiếp.**

Ta có:  $ABD$  là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính  $AD$

$$\Rightarrow \angle ABD = 90^\circ \text{ hay } \angle ABE = 90^\circ$$

Xét tứ giác  $ABEF$  ta có:  $\angle ABE + \angle AFE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow ABEF$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng  $180^\circ$ )

**b. Chứng minh  $BD$  là tia phân giác của góc  $CBF$ .**

Vì  $ABEF$  là tứ giác nội tiếp (cmt)  $\Rightarrow \angle FBE = \angle FAE$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $EF$ )

Hay  $CAD = FBD$ .

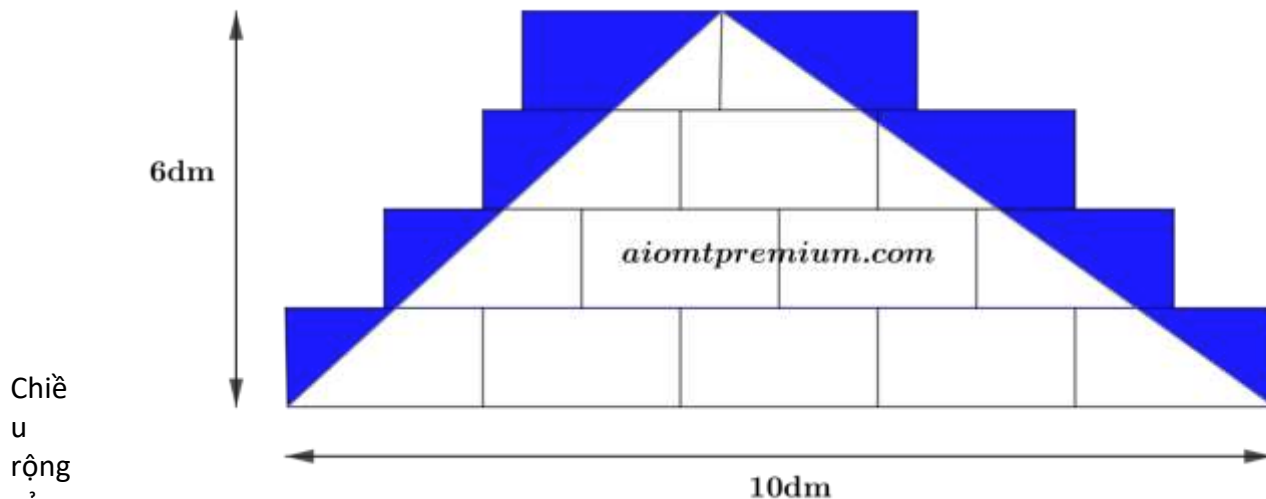
Lại có:  $CBD = CAD$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $CD$ )

$$\Rightarrow CBD = FBD (= CAD)$$

$\Rightarrow BD$  là phân giác của  $FBC$  (đpcm).

### Bài 5.

Một bức tường được xây bằng các viên gạch hình chữ nhật bằng nhau và được bố trí như hình vẽ bên. Phần sơn màu (tô đậm) là phần ngoài của một hình tam giác có cạnh đáy 10dm và chiều cao 6dm . Tính diện tích phần tô đậm.



Chiều dài của một viên gạch là:  $10:5 = 2(dm)$ .

Diện tích của một viên gạch là:  $1,5.2 = 3(dm^2)$ .

Tổng số viên gạch để xây bức tường là:  $2+3+4+5=14$  (viên).

Diện tích của bức tường đã xây là.  $3.14 = 42(dm^2)$ .

Diện tích tam giác trong hình là:  $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10 = 30 (dm^2)$ .

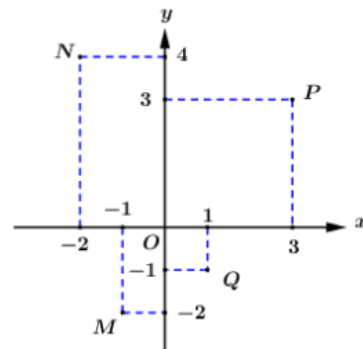
Diện tích phần sơn màu là:  $42 - 30 = 12 (dm^2)$ .

**HẾT**

**Bài 1. (1,0 điểm)**

Dựa vào hình vẽ bên, hãy:

- 1) Viết tên tọa độ các điểm  $M$  và  $P$
- 2) Xác định hoành độ điểm  $N$
- 3) Xác định tung độ điểm  $Q$



**Bài 2. (1,0 điểm)**

- 1) Tính giá trị của biểu thức  $A = \sqrt{9.32} - \sqrt{2}$
- 2) Rút gọn biểu thức  $B = \frac{x-5}{\sqrt{x} + \sqrt{5}}$  với  $x \geq 0$

**Bài 3. (1,0 điểm)**

Cho đường thẳng  $(d): y = (5m - 6)x + 2021$  với  $m$  là tham số

- 1) Điểm  $O(0;0)$  có thuộc  $(d)$  không? Vì sao?
- 2) Tìm các giá trị của  $m$  để  $(d)$  song song với đường thẳng:  $y = 4x + 5$

**Bài 4. (1,0 điểm)** Vẽ đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{2}x^2$

**Bài 5. (2,5 điểm)**

- 1) Giải phương trình  $5x^2 + 6x - 11 = 0$

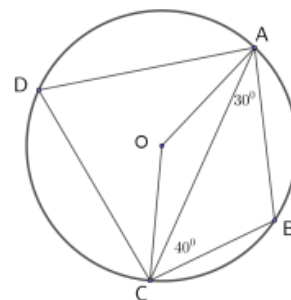
- 2) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = 5 \\ 4x + 5y = 9 \end{cases}$

3) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình:  $x^2 - 2(m-3)x - 6m - 7 = 0$  với  $m$  là tham số. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $C = (x_1 + x_2)^2 + 8x_1x_2$

**Bài 6. (1,0 điểm)**

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn  $(O)$ , biết

$BAC = 30^\circ, BCA = 40^\circ$  (như hình vẽ bên). Tính số đo các góc  $ABC, ADC, AOC$ .



**Bài 7. (2,5 điểm)**

Cho đường tròn  $(O; 3cm)$  và điểm  $M$  sao cho  $OM = 6cm$ . Từ  $M$  kẻ hai tiếp tuyến  $MA, MB$  đến đường tròn  $(O)$  ( $A, B$  là các tiếp điểm). Trên đoạn thẳng  $OA$  lấy điểm  $D$  ( $D$  khác  $A$  và  $O$ ), dựng đường thẳng vuông góc với  $OA$  tại  $D$  và  $MB$  tại  $E$

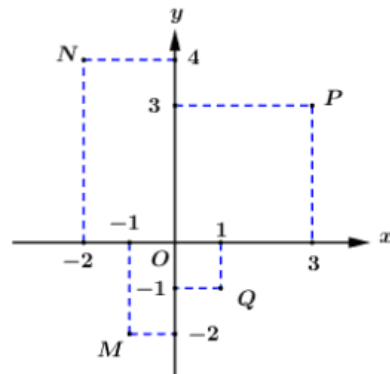
- a) Chứng minh tứ giác  $ODEB$  nội tiếp đường tròn
- b) Tứ giác  $ADEM$  là hình gì? Vì sao?
- c) Gọi  $K$  là giao điểm của đường thẳng  $OM$  và  $(O)$  sao cho điểm  $O$  nằm giữa  $M$  và  $K$ . Chứng minh tứ giác  $AMBK$  là hình thoi.

HẾT

**Bài 1. (1,0 điểm)**

Dựa vào hình vẽ bên, hãy:

- 1) Viết tên tọa độ các điểm  $M$  và  $P$
- 2) Xác định hoành độ điểm  $N$
- 3) Xác định tung độ điểm  $Q$



**Lời giải**

- 1) Dựa vào hình vẽ ta có:  $M(-1; -2); P(3; 3)$
- 2) Dựa vào hình vẽ ta có:  $N(-2; 4)$  nên hoành độ điểm  $N$  là  $x_N = -2$
- 3) Dựa vào hình vẽ ta có:  $Q(1; -1)$  nên tung độ điểm  $Q$  là  $y_Q = -1$

**Bài 2. (1,0 điểm)**

- 1) Tính giá trị của biểu thức  $A = \sqrt{9.32} - \sqrt{2}$
- 2) Rút gọn biểu thức  $B = \frac{x-5}{\sqrt{x}+\sqrt{5}}$  với  $x \geq 0$

**Lời giải**

- 1)  $A = \sqrt{9.32} - \sqrt{2} = \sqrt{9.16.2} - \sqrt{2} = 3.4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 12\sqrt{2} - \sqrt{2} = 11\sqrt{2}$
- 2) Với  $x \geq 0$  thì

$$B = \frac{x-5}{\sqrt{x}+\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{5})(\sqrt{x}+\sqrt{5})}{\sqrt{x}+\sqrt{5}} = \sqrt{x}-\sqrt{5}$$

Vậy với  $x \geq 0$  thì  $B = \sqrt{x} - \sqrt{5}$

**Bài 3. (1,0 điểm)**

Cho đường thẳng  $(d): y = (5m-6)x + 2021$  với  $m$  là tham số

- 1) Điểm  $O(0;0)$  có thuộc  $(d)$  không? Vì sao?
- 2) Tìm các giá trị của  $m$  để  $(d)$  song song với đường thẳng:  $y = 4x + 5$

**Lời giải**

- 1) Thay  $x = 0$  và  $y = 0$  vào phương trình đường thẳng  $(d): y = (5m-6)x + 2021$  ta được:

$$0 = (5m-6).0 + 2021 \Leftrightarrow 0 = 2021 \text{ (vô lý)}$$

Vậy  $O(0;0)$  không thuộc đường thẳng  $(d)$ .

- 2) Đường thẳng  $(d)$  song song với đường thẳng  $y = 4x + 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 5m-6=4 \\ 2021 \neq 5 \text{ (luôn đúng)} \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$

Vậy  $m = 2$  thỏa mãn đề bài.

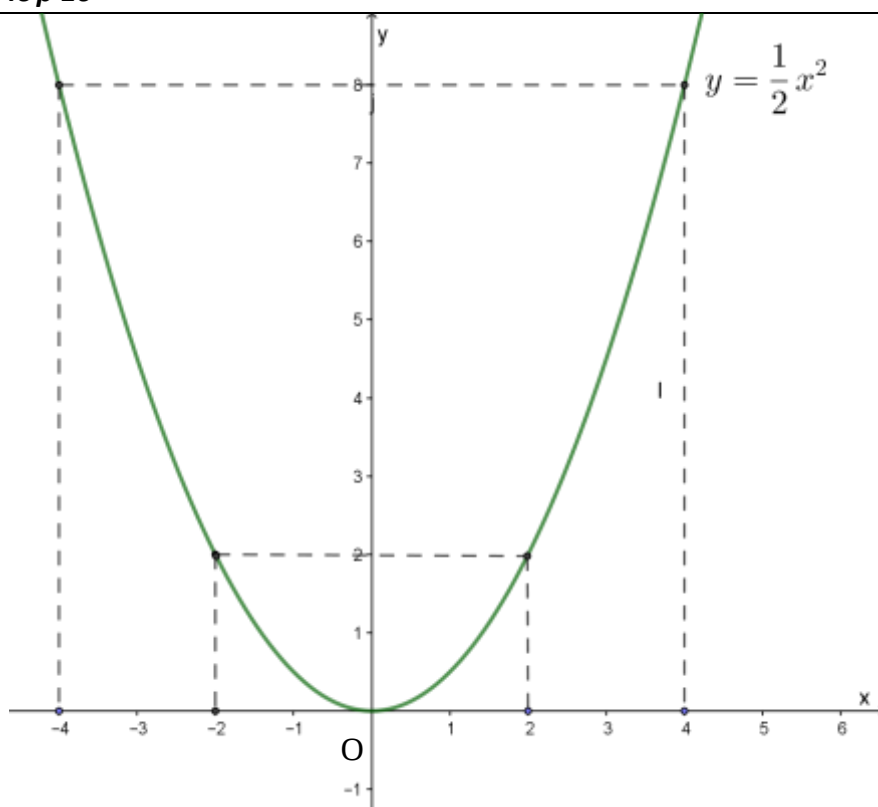
**Bài 4. (1,0 điểm)**

Vẽ đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{2}x^2$

**Lời giải**

Ta có bảng giá trị sau:

| $x$                  | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 |
|----------------------|----|----|---|---|---|
| $y = \frac{1}{2}x^2$ | 8  | 2  | 0 | 2 | 8 |



**Bài 5. (2,5 điểm)**

1) Giải phương trình  $5x^2 + 6x - 11 = 0$

2) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = 5 \\ 4x + 5y = 9 \end{cases}$

3) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình:  $x^2 - 2(m-3)x - 6m - 7 = 0$  với  $m$  là tham số. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:  $C = (x_1 + x_2)^2 + 8x_1x_2$

**Lời giải**

1)  $5x^2 + 6x - 11 = 0$

Ta có  $a + b + c = 5 + 6 - 11 = 0$  nên phương trình có nghiệm phân biệt  $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{11}{5}$

2)  $\begin{cases} x + y = 5 \\ 4x + 5y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 4y = 20 \\ 4x + 5y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -11 \\ x = 5 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = -11 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (16; -11)$

3) Phương trình  $x^2 - 2(m-3)x - 6m - 7 = 0$  có  $\Delta' = (m-3)^2 + 6m + 7 = m^2 + 16 > 0$  với mọi  $m \in \mathbb{R}$   
Suy ra: phương trình trên luôn có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$

Theo định lí Vi-et ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m - 6 \\ x_1 \cdot x_2 = -6m - 7 \end{cases}$

Ta có:

$$\begin{aligned} C &= (x_1 + x_2)^2 + 8x_1x_2 \\ &= (2m - 6)^2 + 8(-6m - 7) \\ &= 4m^2 - 24m + 36 - 48m - 56 \\ &= 4m^2 - 72m - 20 \\ &= 4(m^2 - 18m + 81) - 4 \cdot 81 - 20 \\ &= 4(m - 9)^2 - 344 \geq -344, \forall m \in \mathbb{R} \text{ (vì } 4(m - 9)^2 \geq 0, \forall m \in \mathbb{R} \text{)} \end{aligned}$$

Dấu " $=$ " xảy ra khi và chỉ khi  $m - 9 = 0 \Leftrightarrow m = 9$ .

**Bộ đề ôn thi vào lớp 10**

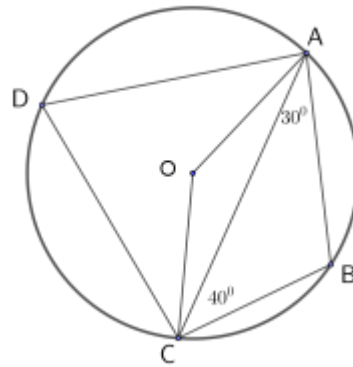
Vậy GTNN của C là  $-344$  đạt tại  $m = 9$

**Bài 6. (1,0 điểm)**

Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O), biết

$BAC = 30^\circ$ ,  $BCA = 40^\circ$  (như hình vẽ bên). Tính số

đo các góc  $ABC, ADC, AOC$ .

**Lời giải**

Xét tam giác ABC có :

$$BAC + BCA + ABC = 180^\circ \text{ (tổng 3 góc trong tam giác)}$$

$$\text{Hay } 30^\circ + 40^\circ + ABC = 180^\circ \Rightarrow ABC = 110^\circ$$

Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) nên

$$ABC + ADC = 180^\circ \text{ (tổng 2 góc đối diện của tứ giác nội tiếp)}$$

$$\text{Hay } 110^\circ + ADC = 180^\circ \Rightarrow ADC = 70^\circ$$

Ta có :  $AOC = 2ADC$  (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung AC )

$$\Rightarrow AOC = 2 \cdot 70^\circ = 140^\circ.$$

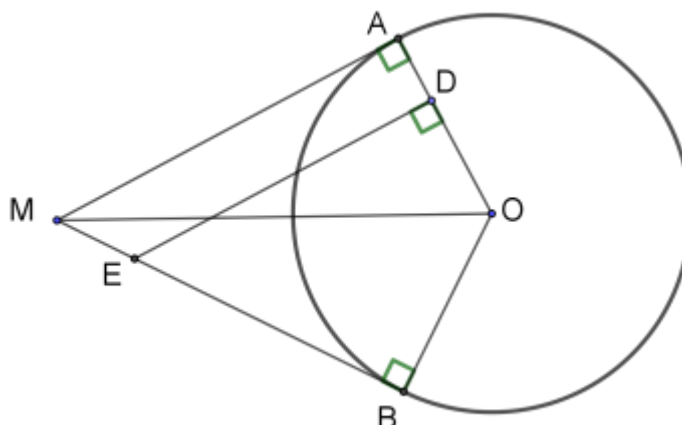
Vậy  $ABC = 110^\circ$ ,  $ADC = 70^\circ$ ,  $AOC = 140^\circ$

**Bài 7. (2,5 điểm)** Cho đường tròn (O; 3cm) và điểm M sao cho  $OM = 6cm$ . Từ M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB đến đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Trên đoạn thẳng OA lấy điểm D (D khác A và O), dựng đường thẳng vuông góc với OA tại D và MB tại E

1) Chứng minh tứ giác ODEB nội tiếp đường tròn

2) Tứ giác ADEM là hình gì? Vì sao?

3) Gọi K là giao điểm của đường thẳng OM và (O) sao cho điểm O nằm giữa M và K. Chứng minh tứ giác AMBK là hình thoi

**Lời giải**

1) Chứng minh tứ giác ODEB nội tiếp đường tròn.

Vì MA, MB là tiếp tuyến của (O) nên  $OAM = OBM = 90^\circ$

Xét tứ giác ODEB có  $ODE + OBE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow ODEB$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$ ).

2) Tứ giác  $ADEM$  là hình gì ? vì sao ?

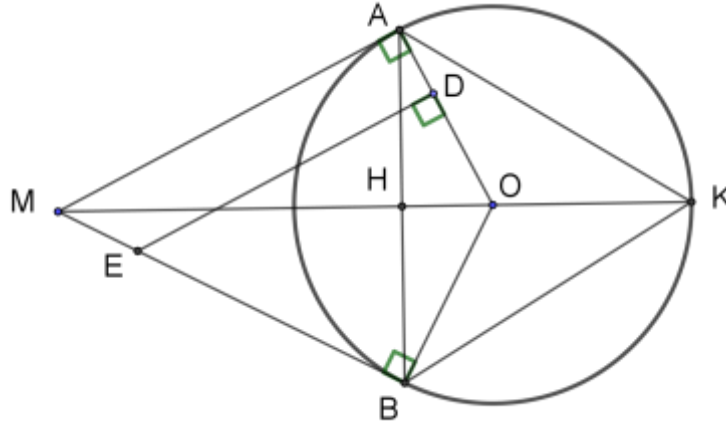
Ta có  $\begin{cases} AM \perp OA(gt) \\ DE \perp OA(gt) \end{cases} \Rightarrow AM \parallel DE$  (từ vuông góc đến song song)

$\Rightarrow ADEM$  là hình thang

Lại có  $DAM = ADE = 90^\circ$  nên  $ADEM$  là hình thang vuông.

3) Gọi  $K$  là giao điểm của đường thẳng  $MO$  và  $(O)$  sao cho  $O$  nằm giữa điểm  $M$  và  $K$ .

Chứng minh tứ giác  $AMBK$  là hình thoi.



Gọi  $\{H\} = AB \cap OM$ .

Ta có  $OA = OB = 3\text{cm} \Rightarrow O$  thuộc trung trực của  $AB$ .

$\Rightarrow OM$  là trung trực của  $AB \Rightarrow OM \perp AB$  tại  $H$

$\Rightarrow MK$  là trung trực của  $AB$ , mà  $M \in MK \Rightarrow MA = MB$ .

Xét tam giác  $OAM$  vuông tại  $A$  có đường cao  $AH$ , áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có :

$$OH \cdot OM = OA^2 \Rightarrow OH = \frac{OA^2}{OM} = \frac{3^2}{6} = 1,5(\text{cm}).$$

Xét tam giác vuông  $OAH$  có :

$$\sin OAH = \frac{OH}{OA} = \frac{1,5}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow AOH = 30^\circ$$

$$\Rightarrow BAM = 90^\circ - OAH = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle MAB \text{ đều} \Rightarrow MA = MB = AB(1)$$

Ta lại có  $AKB = BAM$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung  $AB$ ).

$$\Rightarrow AKB = 60^\circ \Rightarrow \triangle KAB \text{ đều} \Rightarrow KA = KB = AB(2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:  $MA = MB = KA = KB$ .

Vậy  $AMBK$  là hình thoi (định nghĩa) (đpcm).

HẾT

**Bài 1: (2,0 điểm)**

1. Cho biểu thức  $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$  với  $(x > 0, x \neq 0)$ .

a) Rút gọn biểu thức  $P$ .

b) Tìm giá trị của  $P$  khi  $x = 4 - 2\sqrt{3}$ .

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$$

**Bài 2. (2,0 điểm)**

1. Cho phương trình:  $x^2 - (m+3)x - 2m^2 + 3m = 0$  ( $m$  là tham số). Hãy tìm giá trị của  $m$  để  $x = 3$  là nghiệm của phương trình và xác định nghiệm còn lại của phương trình (nếu có).

2. Cho Parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = (2m+1)x - 2m$  ( $m$  là tham số). Tìm  $m$  để  $(P)$  cắt  $(d)$  tại hai điểm phân biệt  $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)$  sao cho  $y_1 + y_2 - x_1x_2 = 1$ .

**Bài 3. (1,5 điểm)**

Một xe máy khởi hành tại địa điểm  $A$  đi đến địa điểm  $B$  cách  $A$   $160 \text{ km}$ , sau đó 1 giờ, một ô tô đi từ  $B$  đến  $A$ . Hai xe gặp nhau tại địa điểm  $C$  cách  $B$   $72 \text{ km}$ . Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy  $20 \text{ km/giờ}$ . Tính vận tốc của mỗi xe.

**Bài 4. (3,5 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  có  $\angle ACB > 90^\circ$  nội tiếp trong đường tròn tâm  $O$ . Gọi  $M$  là trung điểm  $BC$ , đường thẳng  $OM$  cắt cung nhỏ  $BC$  tại  $D$ , cắt cung lớn  $BC$  tại  $E$ . Gọi  $F$  là chân đường vuông góc hạ từ  $E$  xuống  $AB$ ,  $H$  là chân đường vuông góc hạ từ  $B$  xuống  $AE$ .

a) Chứng minh tứ giác  $BEHF$  là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh  $MF \perp AE$ .

c) Đường thẳng  $MF$  cắt  $AC$  tại  $Q$ . Đường thẳng  $EC$  cắt  $AD$ ,  $AB$  lần lượt tại  $I$  và  $K$ . Chứng

minh:  $\angle EQA = 90^\circ$  và  $\frac{EC}{IC} = \frac{EK}{IK}$ .

**Bài 5. (1,0 điểm)**

Cho  $a, b, c$  là các số dương thỏa  $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 2$ . Chứng minh rằng:  $abc \leq \frac{1}{8}$ .

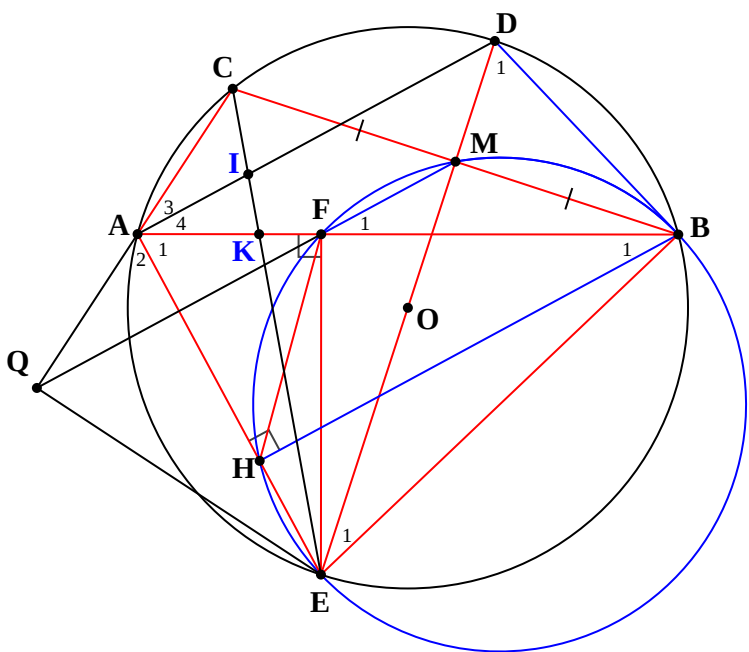
HẾT

| Bài                   | Nội dung                                                                                                                                                                                                   | Điểm |
|-----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| <b>Bài 1</b><br>2,0 đ | 1. Cho biểu thức $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right)$ với $(x > 0, x \neq 0)$                                     |      |
|                       | a) Rút gọn biểu thức $P$ .                                                                                                                                                                                 |      |
|                       | $P = \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} \right) : \left( \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{x-1} \right) = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) - (\sqrt{x}-1)}{x-1} : \frac{\sqrt{x}-1+2}{x-1}$ | 0,25 |
|                       | $= \frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}$                                                                                                                                                           |      |
|                       | $= \frac{x+1}{\sqrt{x}+1}$                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
|                       | b) Tìm giá trị của $P$ khi $x = 4 - 2\sqrt{3}$ .                                                                                                                                                           |      |
|                       | Ta có: $x = 4 - 2\sqrt{3} = (\sqrt{3}-1)^2 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{3}-1$                                                                                                                              | 0,25 |
|                       | Khi đó: $P = \frac{4-2\sqrt{3}+1}{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+1} = \frac{5-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}-6}{3}$                                                                                         | 0,25 |
|                       | 2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x+2y=6 \\ 2x+3y=7 \end{cases}$                                                                                                                                     |      |
|                       | $\begin{cases} x+2y=6 \\ 2x+3y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+4y=12 \\ 2x+3y=7 \end{cases}$                                                                                                | 0,5  |
|                       | $\Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=6 \\ y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=5 \end{cases}$                                                                                            | 0,5  |
|                       |                                                                                                                                                                                                            |      |
| <b>Bài 2</b><br>2,0 đ | 1. Cho phương trình: $x^2 - (m+3)x - 2m^2 + 3m = 0$ ( $m$ là tham số). Hãy tìm giá trị của $m$ để $x = 3$ là nghiệm của phương trình và xác định nghiệm còn lại của phương trình (nếu có).                 |      |
|                       | Vì $x = 3$ là một nghiệm của phương trình nên:                                                                                                                                                             |      |
|                       | $3^2 - 3(m+3) - 2m^2 + 3m = 0$                                                                                                                                                                             |      |
|                       | $\Leftrightarrow 9 - 3m - 9 - 2m^2 + 3m = 0$                                                                                                                                                               |      |
|                       | $\Leftrightarrow -2m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$                                                                                                                                                          | 0,25 |
|                       | Khi $m = 0$ phương trình trở thành $3x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow 3x(x-3) = 0$                                                                                                                             |      |
|                       | $\Rightarrow x = 0$ hoặc $x = 3$ .                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|                       | Vậy nghiệm còn lại là $x = 0$                                                                                                                                                                              | 0,25 |
|                       | 2. Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (2m+1)x - 2m$ ( $m$ là tham số).<br>Tìm $m$ để $(P)$ cắt $(d)$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1, y_1); B(x_2, y_2)$ sao cho $y_1 + y_2 - x_1x_2 = 1$ . |      |
|                       | Phương trình hoành độ giao điểm của $(P)$ và $(d)$ là: $x^2 = (2m+1)x - 2m$                                                                                                                                |      |

**Bộ đề ôn thi vào lớp 10**

|                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                         |
|-------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
|                               | $\Leftrightarrow x^2 - (2m+1)x + 2m = 0$ <p>Ta có: <math>\Delta = \left[ -(2m+1)^2 - 4.2m \right] = 4m^2 - 4m + 1 = (2m-1)^2</math></p> <p>Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi <math>\Delta &gt; 0 \Rightarrow 2m-1 \neq 0 \Rightarrow m \neq \frac{1}{2}</math></p> <p>Theo hệ thức Vi-ét ta có: <math>\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+1 \\ x_1 \cdot x_2 = 2m \end{cases}</math></p> <p>Khi đó: <math>y_1 + y_2 - x_1 x_2 = 1</math></p> $\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 = 1$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 = 1$ $\Rightarrow (2m+1)^2 - 3.2m - 1 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 + 4m + 1 - 6m - 1 = 0$ $\Leftrightarrow 4m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow 2m(2m-1) = 0$ $\Leftrightarrow 2m = 0 \text{ hoặc } 2m-1 = 0$ $\Leftrightarrow m = 0 \text{ (thỏa điều kiện) hoặc } m = \frac{1}{2} \text{ (không thỏa điều kiện)}$ <p>Vậy với <math>m = 0</math> thì <math>(P)</math> cắt <math>(d)</math> tại hai điểm phân biệt thỏa điều kiện đã cho.</p> | <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> |
| <p><b>Bài 3</b><br/>1,5 đ</p> | <p>Một xe máy khởi hành tại địa điểm <math>A</math> đi đến địa điểm <math>B</math> cách <math>A</math> <math>160 \text{ km}</math>, sau đó 1 giờ, một ô tô đi từ <math>B</math> đến <math>A</math>. Hai xe gặp nhau tại địa điểm <math>C</math> cách <math>B</math> <math>72 \text{ km}</math>. Biết vận tốc của ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy <math>20 \text{ km/giờ}</math>. Tính vận tốc của mỗi xe.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                         |
|                               | <p>Gọi <math>x \text{ (km/h)}</math> là vận tốc của xe máy. Điều kiện: <math>x &gt; 0</math></p> <p>Quãng đường xe máy đi đến lúc gặp nhau là: <math>88 \text{ (km)}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25                                                                    |
|                               | <p>Thời gian xe máy đi đến lúc gặp nhau là: <math>\frac{88}{x} \text{ (h)}</math></p> <p>Vận tốc của ô tô đi là: <math>x + 20 \text{ (km/h)}</math></p> <p>Quãng đường ô tô đi đến lúc gặp nhau là: <math>72 \text{ (km)}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 0,25                                                                    |
|                               | <p>Thời gian ô tô đi đến lúc gặp nhau là: <math>\frac{72}{x+20} \text{ (h)}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25                                                                    |
|                               | <p>Theo đề ta có phương trình: <math>\frac{88}{x} - \frac{72}{x+20} = 1</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25                                                                    |
|                               | $\Rightarrow 88x + 1760 - 72x = x^2 + 20x$ $\Leftrightarrow x^2 + 4x - 1760 = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25                                                                    |
|                               | <p>Giải phương trình ta được: <math>x_1 = 40</math> (nhận), <math>x_2 = -44</math> (loại)</p> <p>Vậy, vận tốc xe máy là <math>40 \text{ km/h}</math>, vận tốc xe ô tô là <math>60 \text{ km/h}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25                                                                    |
| <p><b>Bài 4</b><br/>3,5 đ</p> | <p>Cho tam giác <math>ABC</math> có <math>\angle ACB &gt; 90^\circ</math> nội tiếp trong đường tròn tâm <math>O</math>. Gọi <math>M</math> là trung điểm <math>BC</math>, đường thẳng <math>OM</math> cắt cung nhỏ <math>BC</math> tại <math>D</math>, cắt cung lớn <math>BC</math> tại <math>E</math>. Gọi <math>F</math> là chân đường vuông góc hạ từ <math>E</math> xuống <math>AB</math>, <math>H</math> là chân đường vuông góc hạ từ <math>B</math> xuống <math>AE</math>.</p> <p>a) Chứng minh tứ giác <math>BEHF</math> là tứ giác nội tiếp.</p> <p>b) Chứng minh <math>MF \perp AE</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                         |

**Bộ đề ôn thi vào lớp 10**

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                      |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
|      | c) Đường thẳng $MF$ cắt $AC$ tại $Q$ . Đường thẳng $EC$ cắt $AD$ , $AB$ lần lượt tại $I$ và $K$ . Chứng minh: $\angle EQA = 90^\circ$ và $\frac{EC}{IC} = \frac{EK}{IK}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                      |
| 0,25 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25                                 |
| 0,5  | a) Chứng minh tứ giác $BEHF$ là tứ giác nội tiếp.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                      |
|      | Ta có: $\angle BFE = \angle BHE = 90^\circ$ (gt)<br>$\Rightarrow$ Hai điểm $F, H$ cùng nằm trên đường tròn đường kính $BE$ hay tứ giác $BEHF$ là tứ giác nội tiếp.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25<br>0,25                         |
| 1,25 | b) Chứng minh $MF \perp AE$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                                      |
|      | Vì $M$ là trung điểm $BC$ nên $OM \perp BC \Rightarrow \angle EMB = 90^\circ$<br>$\Rightarrow M$ thuộc đường tròn đường kính $EB$<br>$\Rightarrow \angle FME = \angle FBE = \angle ABE$ (cùng chắn cung $EF$ )<br>Mà $\angle ABE = \angle ADE$ (góc nội tiếp cùng chắn cung $AE$ của đường tròn tâm $O$ )<br>Suy ra: $\angle ADE = \angle FME \Rightarrow DA \parallel FM$ (1)<br>Lại có: $\angle DAE = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm $O$ )<br>$\Rightarrow DA \perp AE$ (2)<br>Từ (1) và (2) suy ra: $MF \perp AE$ (đpcm)                                                       | 0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25<br>0,25 |
|      | Cách khác<br>Vì $M$ là trung điểm $BC$ nên $OM \perp BC \Rightarrow \angle EMB = 90^\circ$<br>$\Rightarrow M$ thuộc đường tròn đường kính $EB$<br>$\Rightarrow \angle F_1 = \angle E_1$ (cùng chắn cung $MB$ ) (1)<br>Lại có: $\angle A_1 = \angle D_1$ (cùng chắn cung $EB$ của đường tròn tâm $O$ )<br>Mà $\angle A_1 + \angle B_1 = 90^\circ$ (vì $\angle DBE = 90^\circ$ , góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)<br>$\angle D_1 + \angle E_1 = 90^\circ$ (vì $BH \perp AE$ )<br>Suy ra $\angle B_1 = \angle E_1$ (2)<br>Từ (1) và (2) suy ra $\angle B_1 = \angle F_1 \Rightarrow MF \parallel BH$ |                                      |

**Bộ đề ôn thi vào lớp 10**

|                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                  |
|------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
|                              | Mặt khác $BH \perp AE$<br>Suy ra $MF \perp AE$ (đpcm)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                  |
| 1,5                          | c) Đường thẳng $MF$ cắt $AC$ tại $Q$ . Đường thẳng $EC$ cắt $AD$ , $AB$ lần lượt tại $I$ và $K$ . Chứng minh: $\angle EQA = 90^\circ$ và $\frac{EC}{IC} = \frac{EK}{IK}$ .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                  |
| 1,0                          | * Chứng minh: $\angle EQA = 90^\circ$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                  |
|                              | <p>Ta có: <math>A_3 = A_4</math> (vì <math>D</math> là điểm chính giữa cung <math>AB</math>)<br/> <math>\Rightarrow AD</math> là phân giác trong góc <math>BAC</math><br/> Mà <math>AD \perp AE \Rightarrow AE</math> là phân giác ngoài góc <math>BAC \Rightarrow A_1 = A_2</math><br/> <math>\Rightarrow \triangle FAQ</math> cân tại <math>A</math> (do <math>AE</math> vừa là đường cao vừa là phân giác) <math>\Rightarrow AQ = AF</math><br/> Xét <math>\triangle AQE</math> và <math>\triangle AFE</math>, có: <math>AE</math> cạnh chung; <math>A_1 = A_2</math>; <math>AQ = AF</math><br/> <math>\Rightarrow \triangle AQE = \triangle AFE</math> (c - g - c)<br/> <math>\Rightarrow \angle EQA = \angle EFA = 90^\circ</math></p> | 0,25<br>0,25<br><br>0,25<br>0,25 |
| 0,5                          | Chứng minh: $\frac{EC}{IC} = \frac{EK}{IK}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                  |
|                              | <p>Tam giác <math>KAC</math> có:<br/> <math>AI</math> là phân giác trong đỉnh <math>A \Rightarrow \frac{IC}{IK} = \frac{AC}{AK}</math> (3)<br/> <math>AE</math> là phân giác ngoài đỉnh <math>A \Rightarrow \frac{EC}{EK} = \frac{AC}{AK}</math> (4)<br/> Từ (3) và (4) suy ra <math>\frac{IC}{IK} = \frac{EC}{EK}</math> (đpcm)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | <br>0,25<br>0,25                 |
| <b>Bài 5</b><br><b>1,0 đ</b> | <p>Cho <math>a, b, c</math> là các số dương thỏa <math>\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 2</math> (1)<br/> Chứng minh rằng: <math>abc \leq \frac{1}{8}</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                  |
|                              | <p>Từ (1) ta suy ra: <math>\frac{1}{1+a} = 1 - \frac{1}{1+b} + 1 - \frac{1}{1+c} = \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c}</math><br/> <math>\Rightarrow \frac{1}{1+a} = \frac{b}{1+b} + \frac{c}{1+c} \geq 2\sqrt{\frac{bc}{(1+b)(1+c)}}</math> (1)<br/> Tương tự ta có: <math>\frac{1}{1+b} \geq \sqrt{\frac{ac}{(1+a)(1+c)}}</math> (2)<br/> <math>\frac{1}{1+c} \geq \sqrt{\frac{ab}{(1+a)(1+b)}}</math> (3)<br/> Nhân các bất đẳng thức (cả hai vế dương) (1), (2), (3) cùng chiều, ta được:<br/> <math>\frac{1}{1+a} \cdot \frac{1}{1+b} \cdot \frac{1}{1+c} \geq 2 \cdot 2 \cdot 2 \sqrt{\frac{bc \cdot ac \cdot ab}{(1+b)(1+c)(1+a)(1+c)(1+a)(1+b)}}</math></p>                                                                               | 0,25<br>0,25<br><br>0,25         |

**Bộ đề ôn thi vào lớp 10**

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|  | $\Rightarrow \frac{1}{(1+a)(1+b)(1+c)} \geq 8 \sqrt{\frac{a^2 b^2 c^2}{(1+a)^2 (1+b)^2 (1+c)^2}} = 8 \cdot \frac{abc}{(1+a)(1+b)(1+c)}$ $\Rightarrow 8abc \leq 1 \Leftrightarrow abc \leq \frac{1}{8} \text{ (đpcm)}$ $\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} a=b=c \\ \frac{1}{1+a} = \frac{1}{1+b} = \frac{1}{1+c} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c = \frac{1}{2}$ | 0,25 |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|

\_\_\_\_\_HẾT\_\_\_\_\_

**Bài 1. (1,5 điểm)** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $A = \sqrt{75} - 5\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = 5$

b)  $B = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{6}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2} + 1}$

**Bài 2. (1,5 điểm)** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 2y = 10 \\ 2x - y = m \end{cases}$  ( $m$  là tham số)

a) Giải hệ phương trình đã cho khi  $m = 9$ .

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hệ phương trình đã cho có nghiệm  $(x; y)$  thỏa  $x > 0, y < 0$ .

**Bài 3. (2 điểm)** Cho Parabol  $(P): y = -x^2$  và đường thẳng  $(d): y = 5x + 6$

a) Vẽ đồ thị  $(P)$ .

b) Tìm tọa độ các giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$  bằng phép tính.

c) Viết phương trình đường thẳng  $(d')$  biết  $(d')$  song song  $(d)$  và  $(d')$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1, x_2 = -24$ .

**Bài 4. (1,5 điểm)** Một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài gấp 3 lần chiều rộng. Người ta làm một lối đi xung quanh vườn (thuộc đất trong vườn) rộng 1,5m. Tính kích thước của vườn, biết rằng đất còn lại trong vườn để trồng trọt là  $4329m^2$ .

**Bài 5. (3,0 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp trong đường tròn tâm  $O$ . Dựng đường thẳng  $d$  qua  $A$  song song  $BC$ , đường thẳng  $d'$  qua  $C$  song song  $BA$ , gọi  $D$  là giao điểm của  $d$  và  $d'$ . Dựng  $AE$  vuông góc  $BD$  ( $E$  nằm trên  $BD$ ),  $F$  là giao điểm của  $BD$  với đường tròn  $(O)$ .

Chứng minh:

a) Tứ giác  $AECD$  nội tiếp được trong đường tròn.

b)  $\angle AOF = 2\angle CAE$

c) Tứ giác  $AECE$  là hình bình hành.

d)  $DF \cdot DB = 2AB^2$ .

HẾT

**Bài 1.**

$$\begin{aligned} \text{a) } A &= \sqrt{75} - 5\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = \sqrt{25 \cdot 3} - 5|1-\sqrt{3}| \\ &= 5\sqrt{3} - 5(\sqrt{3}-1) \text{ (do } 1-\sqrt{3} < 0) \\ &= 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + 5 = 5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } B &= \frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} \\ &= \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} = \sqrt{2} - (\sqrt{2}-1) = \sqrt{2} - \sqrt{2} + 1. \end{aligned}$$

**Bài 2.**

$$\text{a) Với } m=9 \text{ hệ phương trình trở thành } \begin{cases} 3x+2y=10 \\ 2x-y=9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2y=10 \\ 4x-2y=18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=28 \\ y=2x-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$$

Vậy với  $m=9$  hệ phương trình có nghiệm  $(x, y)$  là  $(4, -1)$ .

$$\text{b) Ta có: } \begin{cases} 3x+2y=10 \\ 2x-y=m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2y=10 \text{ (1)} \\ y=2x-m \text{ (2)} \end{cases}$$

Thay (2) vào (1) ta được

$$3x+2(2x-m)=10 \Leftrightarrow 3x+4x-2m=10 \Leftrightarrow 7x=2m+10 \Leftrightarrow x=\frac{2m+10}{7}$$

$$\text{Thay } x=\frac{2m+10}{7} \text{ vào (2) ta được } y=2 \cdot \frac{2m+10}{7} - 9 = \frac{4m-43}{7}.$$

$$\text{Đề } x > 0, y < 0 \text{ khi và chỉ khi } \begin{cases} \frac{2m+10}{7} > 0 \\ \frac{4m-43}{7} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+10 > 0 \\ 4m-43 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -5 \\ m < \frac{43}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -5 < m < \frac{43}{4}.$$

Vậy  $-5 < m < \frac{43}{4}$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Bài 3.**

a) Vẽ đồ thị  $(P)$ .

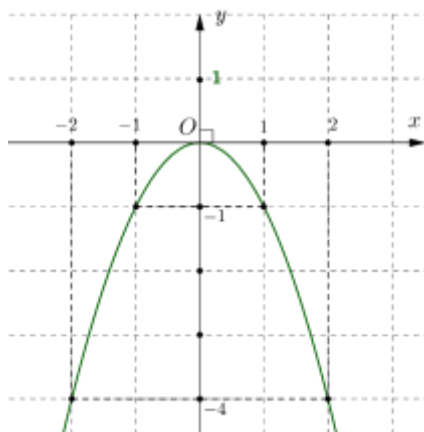
Đồ thị hàm số  $y = -x^2$  đi qua gốc tọa độ  $O$ , có bề lõm hướng xuống và nhận  $Oy$  làm trục đối xứng.

Bảng giá trị:

|            |    |    |   |    |    |
|------------|----|----|---|----|----|
| $x$        | -2 | -1 | 0 | 1  | 2  |
| $y = -x^2$ | -4 | -1 | 0 | -1 | -4 |

$\Rightarrow$  Parabol  $(P): y = -x^2$  đi qua các điểm  $(-2; -4), (-1; -1), (0; 0), (1; -1), (2; -4)$ .

Đồ thị Parabol  $(P): y = -x^2$ :



2)

Hoành độ giao điểm của đồ thị  $(P)$  và  $(d)$  là nghiệm của phương trình:

$$-x^2 = 5x + 6 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0$$

Ta có:  $\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4.6 = 1 > 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-5+1}{2} = -2 \\ x_2 = \frac{-5-1}{2} = -3 \end{cases}$$

Với  $x_1 = -2 \Rightarrow y_1 = -(-2)^2 = -4$ .

Với  $x_2 = -3 \Rightarrow y_2 = -(-3)^2 = -9$ .

Vậy tọa độ các giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$  là  $A(-2; -4), B(-3; -9)$ .

#### Bài 4.

Gọi chiều rộng hình chữ nhật là  $x$  (m, đk:  $x > 0$ ).

Khi đó chiều dài hình chữ nhật là  $3x$  (m).

Kích thước phần đất còn lại sau khi làm lối đi là  $x - 3(m); 3x - 3(m)$ .

Theo bài diện tích đất còn lại là  $4329m^2$  nên ta có phương trình

$$(x - 3)(3x - 3) = 4329 \Leftrightarrow 3x^2 - 3x - 9x + 9 = 4329$$

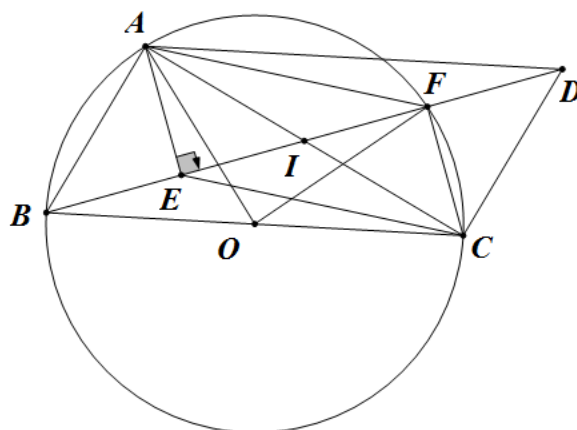
$$\Leftrightarrow 3x^2 - 12x - 4320 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 1440 = 0$$

$$\Delta' = 4 + 1440 = 1444 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 38$$

Pt có hai nghiệm phân biệt  $x_1 = \frac{2+38}{1} = 40$  (t.m);  $x_2 = \frac{2-38}{1} = -36$  (L)

Vậy chiều rộng mảnh vườn là 40 m; chiều dài mảnh vườn là  $3.40 = 120$  m.

#### Bài 5.



a) ta có  $BAC = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành  $\Rightarrow AB \parallel CD$  nên  $ACD = BAC = 90^\circ$  (hai góc so le trong)

Suy ra  $AED = ACD = 90^\circ \Rightarrow E, C$  cùng nhìn  $AD$  dưới góc  $90^\circ$  do đó tứ giác  $AECD$  nội tiếp.

b) tứ giác  $AECD$  nội tiếp  $\Rightarrow CAE = CDE$  (2 góc nội tiếp chắn cung  $EC$ )

$AB \parallel CD \Rightarrow CDE = ABD$  (so le trong)

$\Rightarrow CAE = ABD$

Mà  $ABD$  là góc ở tâm;  $AOF$  là góc nội tiếp chắn cung  $AF \Rightarrow AOF = 2.ABD$  hay  $AOF = 2.CAE$

c) Ta có  $BFC = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  $\Rightarrow AE \parallel CF$  (cùng vuông góc với  $BD$ )

Lại có  $AFB = ACB = CAD = FEC \Rightarrow AF \parallel EC$

Do đó tứ giác  $AECF$  là hình bình hành.

d) Gọi giao điểm của  $AC$  và  $BD$  là  $I$ , do tứ giác  $ABCD$  là hình bình hành nên

$IA = IC; IB = ID; AB = CD$

Xét tam giác  $DCI$  vuông tại  $C$  có  $CF$  là đường cao nên  $CD^2 = DF.DI \Rightarrow AB^2 = DF.DI$

$\Rightarrow 2AB^2 = 2.DF.DI$  mà  $2DI = BD$  do đó  $2AB^2 = DF.BD$ .

\_\_\_\_\_ **HẾT** \_\_\_\_\_

**Bài 1. (2,0 điểm)** Giải phương trình và hệ phương trình sau:

1)  $x^2 + 3x - 4 = 0$

2) 
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$$

**Bài 2. (1,5 điểm)** Rút gọn các biểu thức sau:

1)  $(\sqrt{27} + 3\sqrt{12} - 2\sqrt{3}) : \sqrt{3}$

2)  $B = \left( \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{5}{\sqrt{x}-3} + \frac{6}{x-9} \right) : \frac{2}{\sqrt{x}-3}$  (với  $x \geq 0; x \neq 9$ ).

**Bài 3. (1,5 điểm)** Cho hàm số  $y = 2x^2$  có đồ thị  $(P)$

a) Vẽ đồ thị  $(P)$  trên mặt phẳng tọa độ  $(Oxy)$

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng  $(d): y = 2mx + 1$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 < x_2$  và  $|x_2| - |x_1| = 2021$ .

**Bài 4. (1,0 điểm)** Một phân xưởng phải may 1200 bộ quần áo trong một thời gian quy định. Khi thực hiện, do cải tiến kĩ thuật nên mỗi ngày phân xưởng may thêm được 10 bộ quần áo và hoàn thành kế hoạch trước 4 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng may bao nhiêu bộ quần áo?

**Bài 5. (1,0 điểm)** Một cốc nước dạng hình trụ có chiều cao là  $15\text{cm}$ , bán kính đáy là  $3\text{cm}$  và lượng nước ban đầu trong cốc cao  $10\text{cm}$ . Thả chìm hoàn toàn vào cốc nước 5 viên bi thủy tinh hình cầu có cùng bán kính là  $1\text{cm}$ . Hỏi sau khi thả 5 viên bi mực nước trong cốc cách miệng cốc một khoảng bằng bao nhiêu? (Giả sử độ dày của thành cốc và đáy cốc không đáng kể, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

**Bài 6. (2,5 điểm)** Từ điểm  $A$  nằm bên ngoài đường tròn  $(O)$  vẽ các tiếp tuyến  $AB, AC$  với đường tròn  $(O)$  ( $B, C$  là các tiếp điểm).

a) Chứng minh tứ giác  $ABOC$  nội tiếp.

b) Từ  $A$  vẽ cát tuyến  $AEF$  đến đường tròn  $(O)$  (với  $AE < AF$ ).

Chứng minh  $AC^2 = AE \cdot AF$

c)  $OA$  cắt  $BC$  tại  $H$ . Gọi  $M$  là trung điểm của đoạn thẳng  $HB$ , tia  $OM$  cắt  $AE$  tại  $K$ . Đặt

$$\angle AOB = \alpha. \text{ Chứng minh } \cos^2 \alpha = \frac{KB}{KA}$$

**Bài 7. (0,5 điểm)** Ba bạn Đào, Mai, Trúc mặc ba chiếc áo màu trắng, hồng, xanh và đeo ba cái khẩu trang cũng màu trắng, hồng, xanh. Biết rằng:

a) Trúc đeo khẩu trang màu xanh.

b) Chỉ có bạn Đào là có màu áo và màu khẩu trang giống nhau.

c) Màu áo và màu khẩu trang của bạn Mai đều không phải màu trắng.

Dựa vào các thông tin trên, em hãy cho biết mỗi bạn Đào, Mai, Trúc mặc màu gì và đeo khẩu trang màu gì?

HẾT

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**Bài 1.**

1)  $x^2 + 3x - 4 = 0$

Cách 1:  $\Delta = 3^2 - 4.1.(-4) = 25 > 0$

Do đó phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{25}}{2.1} = 1; x_2 = \frac{-3 - \sqrt{25}}{2.1} = -4$$

Cách 2: Vì  $a + b + c = 1 + 3 + (-4) = 0$

Nên phương trình đã cho có hai nghiệm  $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-4}{1} = -4$

2)  $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ x - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 0 - 2y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm  $(0; 2)$

**Bài 2.**

1)  $(\sqrt{27} + 3\sqrt{12} - 2\sqrt{3}) : \sqrt{3}$

$$= (3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3}) : \sqrt{3}$$

$$= 7\sqrt{3} : \sqrt{3} = 7$$

2)  $B = \left( \frac{1}{\sqrt{x} + 3} + \frac{5}{\sqrt{x} - 3} + \frac{6}{x - 9} \right) : \frac{2}{\sqrt{x} - 3}$  (với  $x \geq 0; x \neq 9$ )

$$= \left( \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9} + \frac{5(\sqrt{x} + 3)}{x - 9} + \frac{6}{x - 9} \right) \cdot \frac{\sqrt{x} - 3}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{x} - 3 + 5\sqrt{x} + 15 + 6}{x - 9} \cdot \frac{\sqrt{x} - 3}{2}$$

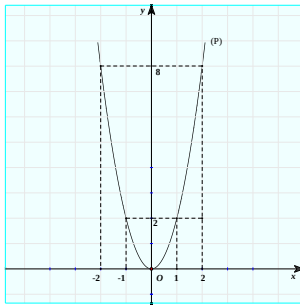
$$= \frac{6\sqrt{x} + 18}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} \cdot \frac{\sqrt{x} - 3}{2}$$

$$= \frac{6(\sqrt{x} + 3)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} \cdot \frac{(\sqrt{x} - 3)}{2} = 3$$

**Bài 3.**

a)

|            |    |    |   |   |   |
|------------|----|----|---|---|---|
| x          | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y = 2x^2$ | 8  | 2  | 0 | 2 | 8 |



b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$$2x^2 = 2mx + 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 2mx - 1 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta' = (-m)^2 - 2 \cdot (-1) = m^2 + 2 > 0 \text{ với mọi giá trị của } m$$

Nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của  $m$ .

Suy ra (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của  $m$ .

$$\text{Theo định lí Vi ét ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = m & (2) \\ x_1 x_2 = -\frac{1}{2} & (3) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } x_1 < x_2 \text{ mà } x_1 x_2 = -\frac{1}{2} < 0 \text{ suy ra } x_1 < 0 < x_2$$

$$\text{Khi đó } |x_2| - |x_1| = 2021 \Leftrightarrow x_2 - (-x_1) = 2021$$

$$\Leftrightarrow x_2 + x_1 = 2021 \Leftrightarrow m = 2021$$

#### Bài 4.

Gọi  $x$  là số bộ quần áo phân xưởng may mỗi ngày theo kế hoạch ( $x \in \mathbb{N}^*$ )

Thời gian phân xưởng may 1200 bộ quần áo theo kế hoạch là  $\frac{1200}{x}$  (ngày)

Thực tế mỗi ngày phân xưởng may được  $x+10$  (bộ)

Nên thời gian thực tế phân xưởng may 1200 bộ quần áo là  $\frac{1200}{x+10}$  (ngày)

$$\text{Theo đề bài ta có phương trình } \frac{1200}{x} - \frac{1200}{x+10} = 4$$

$$\Leftrightarrow 1200(x+10) - 1200x = 4x(x+10)$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 40x - 12000 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \text{ (nhận)} \\ x = -60 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng may được 50 bộ quần áo.

$$\text{Bài 5. Thể tích của 5 viên bi là } V_1 = 5 \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = 4 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 1 = \frac{20}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

Mặt khác thể tích của 5 viên bi bằng thể tích của nước dâng lên nên ta có

$$\frac{20}{3} \pi = \pi \cdot 3^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{20}{27} \text{ (cm)} \text{ (với } h \text{ là chiều cao lượng nước dâng lên)}$$

$$\text{Chiều cao của nước sau khi thả 5 viên bi vào là } 10 + \frac{20}{27} = \frac{290}{27} \text{ (cm)}$$

$$\text{Mức nước cách miệng cốc một khoảng là } 15 - \frac{290}{27} = \frac{115}{27} \approx 4,26 \text{ (cm)}$$

Vậy mức nước trong cốc cách miệng cốc là 4,26 (cm).



**Bài 1. (4,0 điểm)**

- 1) Thực hiện phép tính:  $2\sqrt{25} - \sqrt{16}$ .
- 2) Cho hai đường thẳng  $(d_1): y = 3x - 2$  và  $(d_2): y = -2x + 1$ . Vì sao? Hãy cho biết vị trí tương đối của hai đường thẳng trên?
- 3) Giải phương trình:  $2x - 3 = 7$ .
- 4) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + 4y = 11 \\ x + 3y = 9 \end{cases}$$
.

**Bài 2. (2,0 điểm)** Nhà bạn Hoàng có một mảnh vườn hình chữ nhật, rộng  $6\text{ m}$ . Diện tích của mảnh vườn bằng  $216\text{ m}^2$ . Tính chiều rộng và chiều dài của mảnh vườn nhà bạn Hoàng.

**Bài 3. (1,0 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có các cạnh  $AB = 9\text{ cm}$ ;  $AC = 12\text{ cm}$ .

- 1) Tính độ dài cạnh  $BC$ .
- 2) Kẻ đường cao  $AH$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $AH$ .

**Bài 4. (1,5 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn,  $BAC = 45^\circ$ . Vẽ các đường cao  $BD$  và  $CE$  của tam giác  $ABC$ . Gọi  $H$  là giao điểm của  $BD$  và  $CE$ .

- 1) Chứng minh  $ADHE$  là tứ giác nội tiếp.
- 2) Tính tỉ số  $\frac{DE}{BC}$ .

**Bài 5. (1,0 điểm)** Cho phương trình:  $(m^2 + m + 1)x^2 - (m^2 + 2m + 2)x - 1 = 0$

( $m$  là tham số). Giả sử  $x_1$  và  $x_2$  là các nghiệm của phương trình trên. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = x_1 + x_2$ .

HẾT

**Bài 1.**

1) Ta có:  $2\sqrt{25} - \sqrt{16} = 2\sqrt{5^2} - \sqrt{4^2} = 2.5 - 4 = 6$

Vậy  $2\sqrt{25} - \sqrt{16} = 6$

2) Hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $(d_2)$  cắt nhau vì  $3 \neq -2$ .

3) Ta có:  $2x - 3 = 7 \Leftrightarrow 2x = 7 + 3 \Leftrightarrow 2x = 10 \Leftrightarrow x = 5$ .

Vậy nghiệm của phương trình là  $x = 5$ .

4) Ta có:

$$\begin{cases} x + 4y = 11 \\ x + 3y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 9 - 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 9 - 3.2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $(x; y) = (3; 2)$ .

**Bài 2.** Gọi chiều rộng của mảnh vườn nhà bạn Hoàng là:  $x(m)$  (ĐK:  $x > 0$ ).

Vì chiều dài lớn hơn chiều rộng  $6m$  nên chiều dài mảnh vườn là:  $x + 6(m)$ .

Do diện tích của mảnh vườn là  $216m^2$  nên ta có phương trình:

$$x(x + 6) = 216 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 216 = 0$$

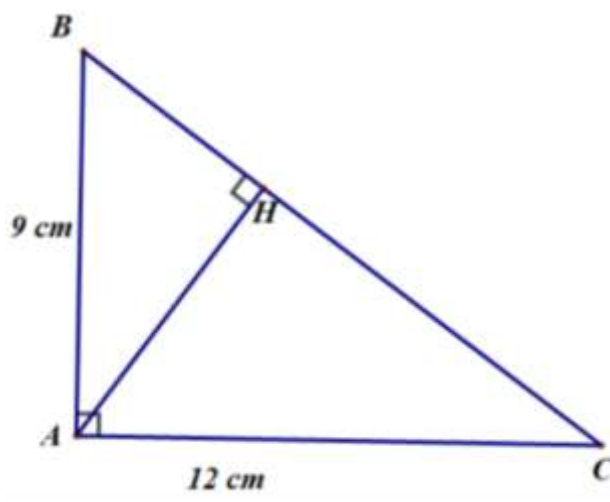
Ta có:  $\Delta' = 3^2 + 216 = 225 = 15^2 > 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = -3 + 15 = 12(\text{tm}) \text{ Hoặc } x_2 = -3 - 15 = -18(\text{ktm})$$

$\Rightarrow$  Chiều rộng của mảnh vườn là  $12m$  và chiều dài của mảnh vườn là:  $12 + 6 = 18(m)$

Vậy chiều rộng và chiều dài của mảnh vườn nhà bạn Hoàng lần lượt là 12 mét và 18 mét.

**Bài 3.**



1) Tính độ dài cạnh  $BC$ .

Áp dụng định lý Py-ta-go cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 225$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{225} = 15(cm)$$

Vậy  $BC = 15cm$ .

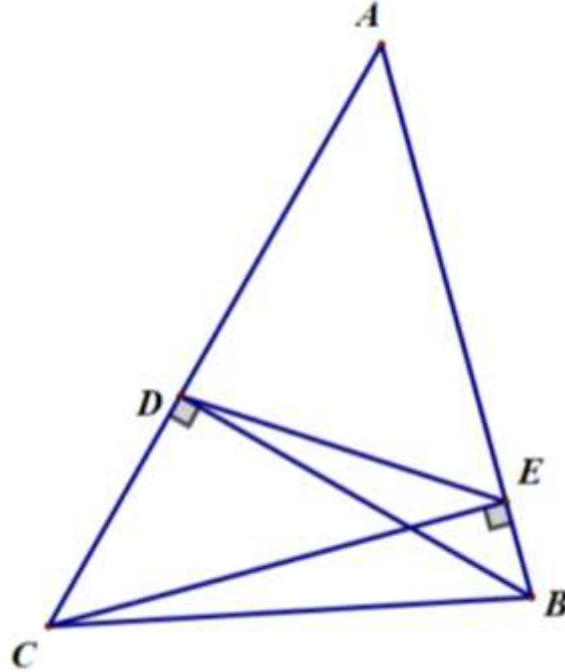
2) Kẻ đường cao  $AH$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $AH$

**Bộ đề ôn thi vào lớp 10**

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có đường cao  $AH$ .

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Leftrightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{9 \cdot 12}{15} = 7,2 \text{ (cm)}$$

Vậy  $AH = 7,2 \text{ cm}$ .

**Bài 4.**

1) Chứng minh  $ADHE$  là tứ giác nội tiếp.

Vì  $BD, CE$  là các đường cao của  $\triangle ABC$  nên  $AEH = ADH = 90^\circ$ .

Xét tứ giác  $ADHE$  có  $AEH + ADH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ .

$\Rightarrow ADHE$  là tứ giác nội tiếp (Tứ giác có tổng 2 góc đối bằng  $180^\circ$ ).

2) Tính tỉ số  $\frac{DE}{BC}$ .

Vì  $ADHE$  là tứ giác nội tiếp nên  $\angle ADE = \angle ABC$  (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp).

Xét  $\triangle ADE$  và  $\triangle ABC$  có:

$\angle BAC$  chung;

$\angle ADE = \angle ABC$  (cmt).

$$\triangle ADE \sim \triangle ABC (g - g) \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$$

Xét  $\triangle ADB$  có  $\angle ADB = 90^\circ$  (gt),  $\angle BAD = 45^\circ$  (gt)  $\Rightarrow \triangle ABD$  vuông cân tại  $D$ .

$$\Rightarrow \cos \angle BAD = \frac{AD}{AB} \Leftrightarrow \cos 45^\circ = \frac{AD}{AB} \Leftrightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } \frac{DE}{BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

**Bài 5.**

**Bộ đề ôn thi vào lớp 10**

Giả sử  $x_1, x_2$  là các nghiệm của phương trình trên. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = x_1 + x_2$

Phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$  khi và chỉ khi

$$\Delta \geq 0 \Rightarrow (m^2 + 2m + 2)^2 + 4(m^2 + m + 1) \geq 0 \text{ (luôn đúng với mọi } m \text{ vì)}$$

$$m^2 + m + 1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \text{ với mọi } m).$$

$\Rightarrow$  Phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .

$$\text{Khi đó áp dụng định lí Vi-ét ta có: } S = x_1 + x_2 = \frac{m^2 + 2m + 2}{m^2 + m + 1}.$$

$$\Leftrightarrow m^2 S + mS + S = m^2 + 2m + 2 \Leftrightarrow (S - 1)m^2 + (S - 2)m + S - 2 = 0 (*)$$

$$\text{TH1: } S = 1 \Rightarrow -m + 1 - 2 = 0 \Rightarrow -m - 1 = 0 \Rightarrow m = -1.$$

TH2:  $S \neq 1$ . Khi đó phương trình (\*) có:

$$\begin{aligned}\Delta_* &= (S - 2)^2 - 4(S - 1)(S - 2) \\ &= S^2 - 4S + 4 - 4(S^2 - 3S + 2) \\ &= -3S^2 + 8S - 4\end{aligned}$$

Để tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = x_1 + x_2$  thì phương trình (\*) phải có nghiệm.

$$\text{Khi đó ta có: } \Delta_* \geq 0 \Leftrightarrow -3S^2 + 8S - 4 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (S - 2)(-3S + 2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} S - 2 \geq 0 \\ -3S + 2 \geq 0 \end{cases} \text{ Hoặc } \begin{cases} S - 2 \leq 0 \\ -3S + 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S \geq 2 \\ S \leq \frac{2}{3} \end{cases} \text{ Hoặc } \begin{cases} S \leq 2 \\ S \geq \frac{2}{3} \end{cases}$$

Do đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = x_1 + x_2$  bằng  $\frac{2}{3}$  và giá trị lớn nhất của biểu thức

$S = x_1 + x_2$  bằng 2.

$$\text{Với } S = \frac{2}{3} \text{ ta có: } \frac{m^2 + 2m + 2}{m^2 + m + 1} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3(m^2 + 2m + 2) = 2(m^2 + m + 1)$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow m = -2 \text{ (tm)}$$

$$\text{Với } S = 2 \text{ ta có: } \frac{m^2 + 2m + 2}{m^2 + m + 1} = 2 \Rightarrow m^2 + 2m + 2 = 2(m^2 + m + 1)$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0 \text{ (tm)}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $S = x_1 + x_2$  bằng  $\frac{2}{3}$  đạt được khi  $m = -2$  và giá trị lớn nhất của biểu thức  $S = x_1 + x_2$  bằng 2 đạt được khi  $m = 0$ .

HẾT

**Bài 1. (2,0 điểm)**

1) Tính  $A = \sqrt{4} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$ .

2) Cho biểu thức  $B = \left( \frac{\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{x+4}{4-x} \right) : \frac{x}{x-2\sqrt{x}}$  với  $x > 0; x \neq 4$ .

Rút gọn  $B$  và tìm tất cả các giá trị nguyên của  $x$  để  $B < -\sqrt{x}$ .

**Bài 2. (1,5 điểm)**

Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $(d): y = kx - 2k + 4$ .

a) Vẽ đồ thị  $(P)$ . Chứng minh rằng  $(d)$  luôn đi qua điểm  $C(2; 4)$ .

b) Gọi  $H$  là hình chiếu của điểm  $B(-4; 4)$  trên  $(d)$ . Chứng minh rằng khi  $k$  thay đổi ( $k \neq 0$ ) thì diện tích tam giác  $HBC$  không vượt quá  $9cm^2$  (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét).

**Bài 3. (1,5 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 + 4(m-1)x - 12 = 0$  (\*), với  $m$  là tham số.

a) Giải phương trình (\*) khi  $m = 2$ .

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $4|x_1 - 2| \cdot \sqrt{4 - mx_2} = (x_1 + x_2 - x_1x_2 - 8)^2$ .

**Bài 4. (1,5 điểm)**

1) Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 2021 và hiệu của số lớn và số bé bằng 15.

2) Một địa phương lên kế hoạch xét nghiệm SARS-COV-2 cho 12000 người trong một thời gian quy định. Nhờ cải tiến phương pháp nên mỗi giờ xét nghiệm được thêm 1000 người. Vì thế, địa phương này hoàn thành sớm hơn kế hoạch là 16 giờ. Hỏi theo kế hoạch, địa phương này phải xét nghiệm trong thời gian bao nhiêu giờ?

**Bài 5. (3,5 điểm)**

Cho tam giác nhọn  $ABC$  có  $AB < AC$ , các đường cao  $BD, CE$  ( $D \in AC, E \in AB$ ) cắt nhau tại  $H$ .

a) Chứng minh rằng tứ giác  $BEDC$  nội tiếp.

b) Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Đường tròn đường kính  $AH$  cắt  $AM$  tại điểm  $G$  ( $G$  khác  $A$ ). Chứng minh rằng  $AE \cdot AB = AG \cdot AM$ .

c) Hai đường thẳng  $DE$  và  $BC$  cắt nhau tại  $K$ . Chứng minh rằng  $MAC = GCM$  và đường thẳng nối tâm hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác  $MBE, MCD$  song song với đường thẳng  $KG$ .

HẾT

**Bài 1. (2,0 điểm)**

1) Tính  $A = \sqrt{4} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$ .

2) Cho biểu thức  $B = \left( \frac{\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{x+4}{4-x} \right) : \frac{x}{x-2\sqrt{x}}$  với  $x > 0; x \neq 4$ .

Rút gọn  $B$  và tìm tất cả các giá trị nguyên của  $x$  để  $B < -\sqrt{x}$ .

**Lời giải**

1) Tính  $A = \sqrt{4} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$ .

Ta có:  $A = \sqrt{4} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{2^2} + \sqrt{3 \cdot 12} = 2 + \sqrt{36} = 2 + 6 = 8$ .

2) Với  $x > 0; x \neq 4$ .

$$B = \left( \frac{\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} + \frac{x+4}{4-x} \right) : \frac{x}{x-2\sqrt{x}}$$

$$B = \left[ \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} - \frac{x+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \right] : \frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$B = \frac{x-2\sqrt{x}-x-4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{x}$$

$$B = \frac{-2(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{x} = \frac{-2}{\sqrt{x}}$$

Vậy với  $x > 0; x \neq 4$  thì  $B = \frac{-2}{\sqrt{x}}$ .

Xét  $B < -\sqrt{x} \Leftrightarrow \frac{-2}{\sqrt{x}} < -\sqrt{x} \Leftrightarrow -2 < -x \Leftrightarrow x < 2$

Mà  $x \in \mathbb{Z}$  và  $x > 0; x \neq 4$  nên  $x = 1$ .

**Bài 2. (1,5 điểm)**

Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng  $(d): y = kx - 2k + 4$ .

a) Vẽ đồ thị  $(P)$ . Chứng minh rằng  $(d)$  luôn đi qua điểm  $C(2; 4)$ .

b) Gọi  $H$  là hình chiếu của điểm  $B(-4; 4)$  trên  $(d)$ . Chứng minh rằng khi  $k$  thay đổi ( $k \neq 0$ ) thì diện tích tam giác  $HBC$  không vượt quá  $9cm^2$  (đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét).

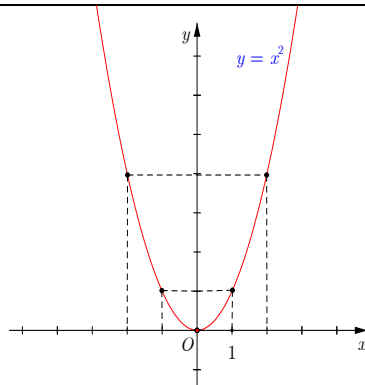
**Lời giải**

a) Vẽ đồ thị  $(P)$ . Chứng minh rằng  $(d)$  luôn đi qua điểm  $C(2; 4)$ .

\* Vẽ đồ thị  $(P)$

|          |           |           |          |          |          |
|----------|-----------|-----------|----------|----------|----------|
| <b>x</b> | <b>-2</b> | <b>-1</b> | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>2</b> |
| <b>y</b> | <b>4</b>  | <b>1</b>  | <b>0</b> | <b>1</b> | <b>4</b> |

Vậy đồ thị  $(P)$  là parabol đi qua các điểm  $(-2; 4), (-1; 2), (0; 0), (1; 1), (2; 4)$ .



\* Chứng minh rằng (d) luôn đi qua điểm C(2;4).

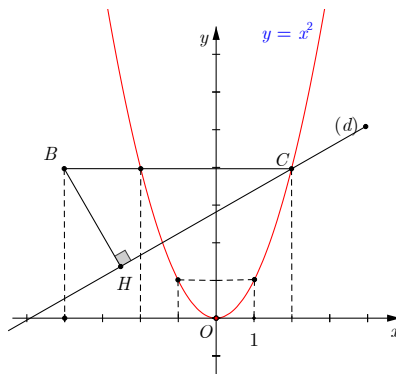
$$\text{Giả sử } C \in (d) \Leftrightarrow y_C = k.x_C - 2k + 4$$

$$\Leftrightarrow 4 = k.2 - 2k + 4$$

$$\Leftrightarrow 4 = 4 \text{ (đúng)}$$

Vậy (d) luôn đi qua điểm C(2;4).

b)



Ta có: H là hình chiếu của điểm B(-4;4) trên (d)  $\Rightarrow BH \perp HC$  ( vì  $C \in (d)$  )

$\Rightarrow \Delta HBC$  vuông tại H  $\Rightarrow BC^2 = BH^2 + HC^2$  ( định lý pytago )

$$\text{Có: } S_{BHC} = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot HC$$

Áp dụng bất đẳng thức  $a.b \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$ , ta được:

$$S_{BHC} = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot HC \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{BH^2 + CH^2}{2} = \frac{BC^2}{4} \quad (1)$$

$$\text{Mà } BC = |x_C - x_B| = |2 - (-4)| = |6| = 6 \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được:  $S_{BHC} \leq 9 \text{ (cm}^2\text{)}$

$$\text{Dấu "}" xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} BH = HC \\ BH^2 + HC^2 = BC^2 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow BH = HC = 3\sqrt{2}$$

Vậy khi k thay đổi ( $k \neq 0$ ) thì diện tích tam giác HBC không vượt quá  $9\text{cm}^2$

### Bài 3. (1,5 điểm)

Cho phương trình  $x^2 + 4(m-1)x - 12 = 0$  (\*), với m là tham số.

a) Giải phương trình (\*) khi  $m = 2$ .

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $4|x_1 - 2| \cdot \sqrt{4 - mx_2} = (x_1 + x_2 - x_1x_2 - 8)^2$ .

**Lời giải**

a) Với  $m = 2$  thì phương trình (\*) trở thành:  $x^2 + 4x - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x - 2x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 6) - 2(x + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 6)(x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 6 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy với  $m = 2$  thì phương trình (\*) có tập nghiệm là  $S = \{-6; 2\}$ .

b) Phương trình (\*) có  $a.c = 1.(-12) = -12 < 0$  nên luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

Theo định lí Vi-et ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -4m + 4 \\ x_1 \cdot x_2 = -12 \end{cases} \quad (1)$$

Vì  $x_2$  là nghiệm của phương trình (\*) nên ta có:  $x_2^2 + 4(m-1)x_2 - 12 = 0$

$$\Leftrightarrow x_2^2 + 4mx_2 - 4x_2 - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_2^2 + 4(mx_2 - 4) - 4x_2 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(4 - mx_2) = x_2^2 - 4x_2 + 4$$

$$\Leftrightarrow 4(4 - mx_2) = (x_2 - 2)^2$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{4 - mx_2} = \sqrt{(x_2 - 2)^2}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \sqrt{4 - mx_2} = |x_2 - 2| \quad (2)$$

Mà theo bài có:  $4|x_1 - 2| \cdot \sqrt{4 - mx_2} = (x_1 + x_2 - x_1x_2 - 8)^2 \quad (3)$

Thay (1), (2) vào (3) ta được:  $2 \cdot |x_1 - 2| \cdot |x_2 - 2| = [-4m + 4 + 12 - 8]^2$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot |x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4| = (8 - 4m)^2$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot |-12 - 2(-4m + 4) + 4| = 64 - 64m + 16m^2$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot |-16 + 8m| = 16(m^2 - 4m + 4)$$

$$\Leftrightarrow 16 \cdot |m - 2| = 16(m - 2)^2$$

$$\Leftrightarrow |m - 2| = (m - 2)^2$$

$$\Leftrightarrow (m - 2)^2 = (m - 2)^4$$

$$\Leftrightarrow (m - 2)^4 - (m - 2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 2)^2 \cdot [(m - 2)^2 - 1] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (m - 2)^2 = 0 \\ (m - 2)^2 - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 = 0 \\ (m - 2)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 = 0 \\ m - 2 = 1 \\ m - 2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 3 \\ m = 1 \end{cases}$$

Vậy  $m \in \{1; 2; 3\}$

**Bài 4. (1,5 điểm)**

- 1) Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 2021 và hiệu của số lớn và số bé bằng 15.
- 2) Một địa phương lên kế hoạch xét nghiệm SARS-COV-2 cho 12000 người trong một thời gian quy định. Nhờ cải tiến phương pháp nên mỗi giờ xét nghiệm được thêm 1000 người. Vì thế, địa phương này hoàn thành sớm hơn kế hoạch là 16 giờ. Hỏi theo kế hoạch, địa phương này phải xét nghiệm trong thời gian bao nhiêu giờ?

**Lời giải**

**1)** Gọi số lớn là  $x$  ( $x > 15, x \in \mathbb{N}$ ), số bé là  $y$  ( $y \in \mathbb{N}$ ).

Tổng của hai số là 2021 nên ta có phương trình:  $x + y = 2021$  (1)

Hiệu của số lớn và số bé bằng 15 nên ta có phương trình:  $x - y = 15$  (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 2021 \\ x - y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 2036 \\ x - y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1018(t/m) \\ y = 1003(t/m) \end{cases}$$

Vậy số lớn là 1018, số bé là 1003.

**2)** Gọi số người được xét nghiệm trong một giờ theo dự định là  $x$  (người) ( $x < 12000, x \in \mathbb{N}^*$ )

Theo kế hoạch, thời gian để địa phương đó xét nghiệm hết 12000 người là  $\frac{12000}{x}$  (giờ)

Thực tế, số người được xét nghiệm trong một giờ là  $x + 1000$  (người)

Thực tế, thời gian địa phương đó xét nghiệm hết 12000 người là  $\frac{12000}{x + 1000}$  (giờ)

Do địa phương hoàn thành kế hoạch sớm hơn 16 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{12000}{x} - \frac{12000}{x + 1000} = 16$$

$$\Rightarrow 12000(x + 1000) - 12000x = 16x(x + 1000)$$

$$\Leftrightarrow 12000x + 12000000 - 12000x = 16x^2 + 16000x$$

$$\Leftrightarrow 16x^2 + 16000x - 12000000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1000x - 750000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1500x - 500x - 750000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x + 1500) - 500(x + 1500) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 1500)(x - 500) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1500 = 0 \\ x - 500 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1500 (\text{không thỏa mãn}) \\ x = 500 (\text{thỏa mãn}) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch, địa phương này cần  $\frac{12000}{500} = 24$  (giờ) để xét nghiệm xong.

**Bài 5. (3,5 điểm)**

Cho tam giác nhọn  $ABC$  có  $AB < AC$ , các đường cao  $BD, CE$  ( $D \in AC, E \in AB$ ) cắt nhau tại  $H$ .

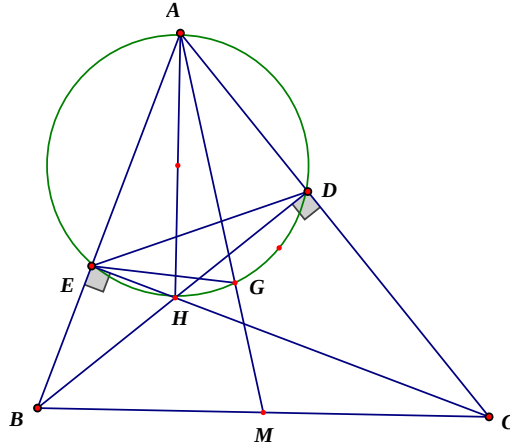
a) Chứng minh rằng tứ giác  $BEDC$  nội tiếp.

**Bộ đề ôn thi vào lớp 10**

b) Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Đường tròn đường kính  $AH$  cắt  $AM$  tại điểm  $G$  ( $G$  khác  $A$ ). Chứng minh rằng  $AE \cdot AB = AG \cdot AM$ .

c) Hai đường thẳng  $DE$  và  $BC$  cắt nhau tại  $K$ . Chứng minh rằng  $\angle MAC = \angle GCM$  và đường thẳng nối tâm hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác  $MBE, MCD$  song song với đường thẳng  $KG$ .

**Lời giải**



**a)** Chứng minh tứ giác  $BEDC$  nội tiếp.

Xét tứ giác  $BEDC$  có:

$$\angle BDC = 90^\circ \text{ (BD là đường cao)}$$

$$\angle BEC = 90^\circ \text{ (CE là đường cao)}$$

$$\Rightarrow \angle BDC = \angle BEC = 90^\circ, \text{ mà hai góc này kề nhau cùng nhìn đoạn } BC \text{ một góc bằng } 90^\circ.$$

$$\Rightarrow BEDC \text{ là tứ giác nội tiếp.}$$

**b)** Chứng minh  $AE \cdot AB = AG \cdot AM$ .

Xét tứ giác  $AEHD$  có:

$$\angle AEH = \angle ADH = 90^\circ \text{ (gt)}$$

$$\Rightarrow \angle AEH + \angle ADH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ, \text{ mà hai góc này ở vị trí đối nhau.}$$

$$\Rightarrow AEHD \text{ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính } AH.$$

$$\Rightarrow \angle AGE = \angle ADE \text{ (góc nội tiếp cùng chắn } AE) \quad (1)$$

$$\text{Ta có: tứ giác } BEDC \text{ nội tiếp (cmt)} \Rightarrow \angle EBC = \angle ADE \text{ (góc ngoài của tứ giác nội tiếp)} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \angle AGE = \angle EBC \text{ hay } \angle AGE = \angle ABM$$

Xét  $\triangle AGE$  và  $\triangle ABM$  có:

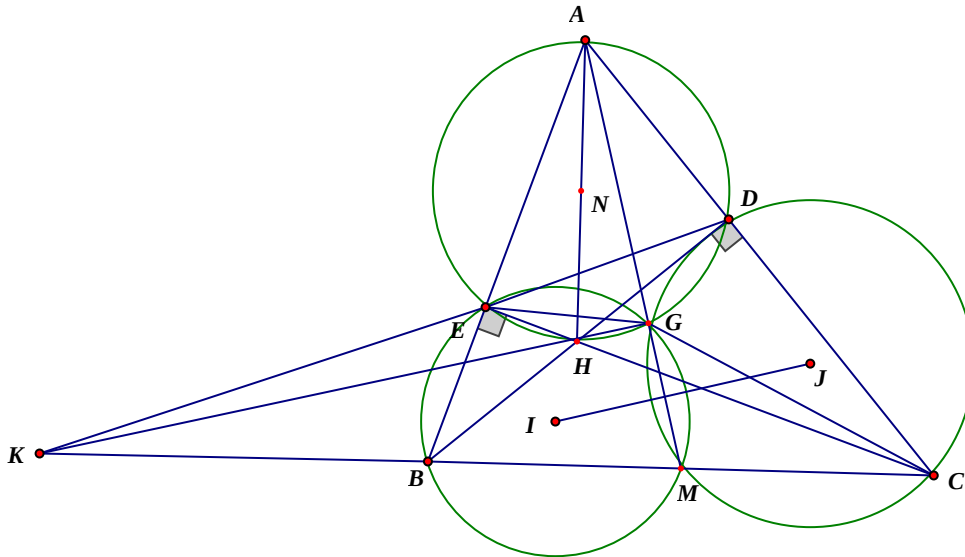
$$\angle A \text{ chung}$$

$$\angle AGE = \angle ABM \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle AGE \sim \triangle ABM \text{ (g - g)}$$

$$\Rightarrow \frac{AG}{AE} = \frac{AB}{AM} \Rightarrow AE \cdot AB = AG \cdot AM \text{ (đpcm)}$$

**c)**



Xét đường tròn đường kính  $AH$  có:  $AGD = AED$  (góc nội tiếp cùng chắn  $AD$ )

Mà  $AED = DCB$  (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác  $BEDC$ )

$$\Rightarrow AGD = ACB = DCM$$

Lại có:  $AGD + DGM = 180^\circ$  (kề bù)  $\Rightarrow DGM + DCM = 180^\circ$ , mà hai góc này ở vị trí đối nhau

$\Rightarrow GDCM$  là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow MGC = MDC \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } MC \text{)} \quad (1)$$

Lại có:  $DM = \frac{1}{2}BC = MC$  (định lý đường trung tuyến trong tam giác vuông)  $\Rightarrow \triangle MCD$  cân tại  $M$ .

$$\Rightarrow MDC = MCD \text{ (hai góc ở đáy của tam giác cân)} \quad (2)$$

Từ (1), (2)  $\Rightarrow MGC = MCD$  hay  $\Rightarrow MGC = MCA$

Xét  $\triangle GCM$  và  $\triangle CAM$  có:

$AMC$  chung

$$MGC = MCA \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle GCM \sim \triangle CAM \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow MAC = GCM \text{ (hai góc tương ứng) (đpcm)}$$

Ta có:  $AGE = ABM$  (cmb) hay  $AGE = EBM$

Mà:  $AGE + EGM = 180^\circ$  (kề bù)  $\Rightarrow EBM + EGM = 180^\circ$ , mà hai góc này ở vị trí đối nhau

$\Rightarrow EBG M$  là tứ giác nội tiếp (\*\*)

Ta có hai tứ giác  $EBGM, GDCM$  là các tứ giác nội tiếp  $\Rightarrow$  Đường nối tâm hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác  $MBE, MCD$  là đường nối tâm hai đường tròn ngoại tiếp hai tứ giác  $EBGM, GDCM$ .

Gọi  $I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $EBGM$ ,  $J$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $GDCM$

Mà giao của hai tứ giác  $EBGM, GDCM$  là  $GM$

$$\Rightarrow IJ \perp GM \quad (*)$$

Gọi  $\{F\} = AH \cap BC \Rightarrow AF \perp BC \Rightarrow AFB = 90^\circ$

**Bộ đề ôn thi vào lớp 10**

---

Xét tứ giác  $ADFB$  có:  $AFB = BDA = 90^\circ$ , mà hai góc này ở vị trí kề nhau

$\Rightarrow ADFB$  là tứ giác nội tiếp.

$\Rightarrow BAC = DFM$  (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp) (3)

Mà  $EDH = EAH$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $EH$ ) (4)

Lại có:  $DM = \frac{1}{2}BC = BM$  (định lý đường trung tuyến trong tam giác vuông)  $\Rightarrow \triangle MBD$  cân tại  $M$ .

$\Rightarrow BDM = DBM$  hay  $\Rightarrow HDM = DBM$

Mà  $DBM = HAD$  (cùng phụ với  $ACB$ )

$\Rightarrow HDM = HAD$  (5)

Từ (3), (4), (5)  $\Rightarrow EDM = EDH + HDM = EAH + HAD = BAC = DFM = KDM$

Xét  $\triangle FDM$  và  $\triangle DKM$  có:

$KMD$  chung;

$DFM = KDM$  (Cmt)

$\Rightarrow \triangle FDM \sim \triangle DKM$  (g - g)  $\Rightarrow \frac{MD}{KM} = \frac{FM}{MD} \Rightarrow MD^2 = FM \cdot KM$

Có:  $\triangle GCM \sim \triangle CAM$  (cmt)  $\Rightarrow \frac{MC}{AM} = \frac{GM}{MC} \Rightarrow MC^2 = MG \cdot MA$

Mà  $MD = MC$  (cmt)  $\Rightarrow FM \cdot KM = MG \cdot MA \Rightarrow \frac{FM}{GM} = \frac{MA}{MK}$

$\Rightarrow \triangle FGM \sim \triangle AKM$  (c-g-c)  $\Rightarrow FGM = AKM$  (hai góc ương ứng)

$\Rightarrow AGFK$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong của đỉnh đối diện).

$\Rightarrow AFK = AGK = 90^\circ$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $AK$ )

$\Rightarrow KG \perp AG$  hay  $KG \perp GM$  (\*\*)

Từ (\*), (\*\*)  $\Rightarrow IJ \parallel KG$

Vậy đường tròn nối tâm hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác  $MBE, MCD$  song song với  $KG$ .

\_\_\_\_\_ **HẾT** \_\_\_\_\_

**Câu 1. (1,5 điểm)**

1) Giải phương trình:  $2x^2 + 5x - 3 = 0$ .

2) Cho hàm số  $y = (m - 1)x + 2021$ . Tìm tất cả giá trị của tham số  $m$  để hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

3) Cho  $a = 1 + \sqrt{2}$  và  $b = 1 - \sqrt{2}$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = a + b - 2ab$ .

**Câu 2. (2,0 điểm)** Cho biểu thức:  $P = \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3}$  với  $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$

1) Rút gọn biểu thức  $P$ .

2) Tìm tất cả giá trị của  $x$  để  $P > 1$ .

**Câu 3. (3,0 điểm)**

1) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , viết phương trình đường thẳng  $(\Delta)$  đi qua điểm  $A(1; -2)$  và song song với đường thẳng  $y = 2x - 1$ .

2) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho Parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = 2(m - 1)x - m + 3$ . Gọi  $x_1, x_2$  lần lượt là hoành độ giao điểm của đường thẳng  $(d)$  và Parabol  $(P)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M = x_1^2 + x_2^2$ .

**Câu 4. (3,5 điểm)** Trên nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $AB$  với  $AB = 2022$ , lấy điểm  $C$  ( $C$  khác  $A$  và  $B$ ), từ  $C$  kẻ  $CH$  vuông góc  $AB$  ( $H \in AB$ ). Gọi  $D$  là điểm bất kì trên đoạn  $CH$  ( $D$  khác  $C$  và  $H$ ), đường thẳng  $AD$  cắt nửa đường tròn tại điểm thứ hai  $E$ .

1) Chứng minh tứ giác BHDE là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh:  $AD \cdot EC = CD \cdot AC$ .

3) Chứng minh:  $AD \cdot AE + BH \cdot BA = 2022^2$ .

4) Khi điểm  $C$  di động trên nửa đường tròn ( $C$  khác  $A, B$  và điểm chính giữa cung  $AB$ ), xác định vị trí điểm  $C$  sao cho chu vi tam giác  $COH$  đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho  $a \geq 1348, b \geq 1348$ . Chứng minh rằng:  $a^2 + b^2 + ab \geq 2022(a + b)$ .

HẾT

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1. (1,5 điểm)**

1) Xét phương trình  $2x^2 + 5x - 3 = 0$

Ta có  $\Delta = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49 > 0$  nên phương trình đã cho có hai nghiệm:

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{-5 - \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = -3$$

Vậy, tập nghiệm của phương trình đã cho là  $S = \left\{ -3; \frac{1}{2} \right\}$ .

2) Hàm số  $y = (m - 1)x + 2021$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi  $m - 1 > 0$  hay là  $m > 1$

Kết luận:  $m > 1$

3) Ta có:  $P = a + b - 2ab = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) - 2(1 + \sqrt{2}) \cdot (1 - \sqrt{2}) = 2 - 2 \cdot (1 - 2) = 4$

Vậy:  $P = 4$

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1) Với  $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$  thì biểu thức  $P$  xác định và ta biến đổi  $P$  như sau:

$$\begin{aligned} P &= \frac{2\sqrt{x} - 9}{x - 5\sqrt{x} + 6} - \frac{\sqrt{x} + 3}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} \\ P &= \frac{2\sqrt{x} - 9}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} - \frac{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} + \frac{(2\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} \\ P &= \frac{2\sqrt{x} - 9 - (\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3) + (2\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} \\ P &= \frac{2\sqrt{x} - 9 - (x - 9) + (2x - 3\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} \\ P &= \frac{x - \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} \\ P &= \frac{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)} \\ P &= \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} \end{aligned}$$

2) Với  $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$  thì

$$P > 1 \Leftrightarrow P - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 3} - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{4}{\sqrt{x} - 3} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 3 \Leftrightarrow x \geq 9$$

Kết hợp với điều kiện  $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$  ta được  $x > 9$  là tất cả giá trị  $x$  cần tìm.

**Câu 3. (2,0 điểm)**

1) Vì đường thẳng  $(\Delta)$  song song với đường thẳng  $y = 2x - 1$  nên phương trình đường thẳng  $(\Delta)$  có dạng

$(\Delta): y = 2x + a$  với  $a$  là hằng số. Vì điểm  $A(1; -2)$  thuộc đường thẳng  $(\Delta)$  nên  $-2 = 2 \cdot 1 + a$  hay  $a = -4$

Vậy: Phương trình đường thẳng  $(\Delta): y = 2x - 4$ .

2) Phương trình hoành độ giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$  là:

$$x^2 - 2(m-1)x + m - 3 = 0(*)$$

Vì  $x_1, x_2$  là hoành độ giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$  nên  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình  $(*)$ . Do đó

$$\Delta_* = (m-1)^2 - (m-3) \geq 0 \Leftrightarrow \left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$

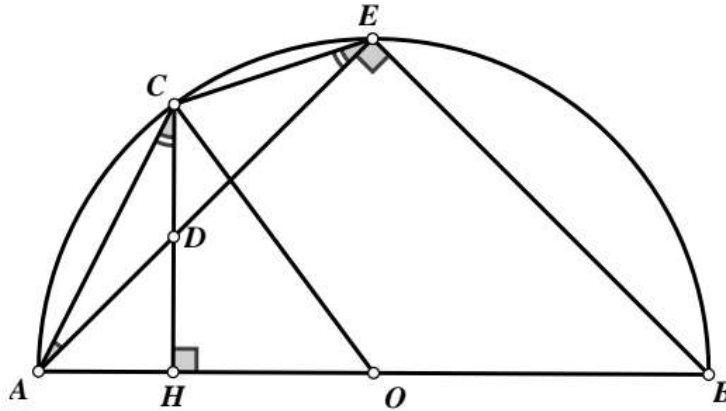
Theo hệ thức Vi-et ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = m-3 \end{cases}$ . Khi đó:

$$M = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 4(m-1)^2 - 2 \cdot (m-3) = \frac{1}{4}(4m-5)^2 + \frac{15}{4} \geq \frac{15}{4}$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi  $m = \frac{5}{4}$

Vậy, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M$  là  $\frac{15}{4}$  khi  $m = \frac{5}{4}$

**Câu 4. (3,5 điểm)**



1) Xét tứ giác  $BHDE$  có:  $DHA = 90^\circ(gt)$ ;  $DEB = 90^\circ$  ( góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên  $DHA = DEB$  do đó tứ giác  $BHDE$  nội tiếp.

2) Xét hai tam giác  $\triangle ADC$  và  $\triangle ACE$  có:  $CAD$  chung;  $ACD = 90^\circ - CAH = CEA$

Nên  $\triangle ADC \sim \triangle ACE(g.g)$  do đó  $\frac{AD}{DC} = \frac{AC}{CE}$  hay  $AD \cdot EC = CD \cdot AC$ .

3) HD: Dựa vào ý (1) để chứng minh  $\triangle ADH \sim \triangle ABE(g.g)$  khi đó:

$$AD \cdot AE + BH \cdot BA = AB \cdot AE + AB \cdot BH = AB^2 = 2022^2.$$

4) Tam giác  $CHO$  vuông tại  $H$  nên theo định lí Pytago ta có:

$$OC^2 = OH^2 + HC^2 = \frac{1}{2}(OH + HC)^2 + \frac{1}{2}(OH - HC)^2 \geq \frac{1}{2}(OH + HC)^2$$

$$\text{Hay là } OH + HC \leq OC\sqrt{2} \text{ nên } C_{v_{CHO}} = OC + OH + HC \leq (1 + \sqrt{2})OC = (1 + \sqrt{2}) \cdot 1011$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi điểm  $C$  nằm trên nửa đường tròn  $O$  sao cho  $ACD = 45^\circ$ .

**Câu 5. (1,0 điểm)**

$$\text{Đề ý rằng: } (a^2 + ab + b^2) - \frac{3}{4}(a+b)^2 = \frac{1}{4}(a-b)^2 \geq 0 \forall a, b \geq 1348$$

$$\text{Nên ta có: } (a^2 + ab + b^2) \geq \frac{3}{4}(a+b)^2 \geq \frac{3}{4} \cdot (1348 + 1348) \cdot (a+b) \forall a, b \geq 1348$$

$$\text{Hay là } a^2 + ab + b^2 \geq 2022(a+b) \forall a, b \geq 1348$$

Vậy, bất đẳng thức được chứng minh xong.

HẾT

**Bài 1 (2.0 điểm)**

a) Cho phương trình  $x^2 + 5x - 6 = 0$  (\*). Hãy xác định các hệ số  $a, b, c$  và giải phương trình (\*).

b) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

**Bài 2 (2.0 điểm):** Rút gọn các biểu thức.

a)  $3\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{8}$ .

b)  $\frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 4}{\sqrt{x} + 2}$  với  $x > 0$

**Bài 3 (2.0 điểm):**

a) Giải bài toán bằng cách lập phương trình. Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m. Biết chiều dài mảnh đất lớn hơn chiều rộng là 7m. Hãy tính diện tích của mảnh đất hình chữ nhật đó.

b) Cho phương trình:  $x^2 - 2mx - 1 = 0$  (1) với  $m$  là tham số. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn:  $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$ .

**Bài 4 (3.0 điểm):** Cho nửa đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$ . Vẽ tia tiếp tuyến  $Ax$  cùng phía với nửa đường tròn đường kính  $AB$ . Lấy một điểm  $M$  trên tia  $Ax$  ( $M \neq A$ ). Vẽ tiếp tuyến  $MC$  với nửa đường tròn  $(O)$  ( $C$  là tiếp điểm). Vẽ  $AC$  cắt  $OM$  tại  $E$ , vẽ  $MB$  cắt nửa đường tròn  $(O)$  tại  $D$  ( $D \neq B$ ).

a) Chứng minh: Tứ giác  $AMDE$  nội tiếp trong một đường tròn.

b) Chứng minh:  $MA^2 = MD \cdot MB$ .

c) Vẽ  $CH$  vuông góc với  $AB$  ( $H \in AB$ ). Chứng minh rằng  $MB$  đi qua trung điểm của đoạn thẳng  $CH$ .

**Bài 5 (1,0 điểm):** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b}$  với  $\begin{cases} a, b, c > 0 \\ a + b + c = 3 \end{cases}$

HẾT

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**Bài 1 (2,0 điểm)**

**a) Cho phương trình  $x^2 + 5x - 6 = 0$  (\*). Hãy xác định các hệ số  $a, b, c$  và giải phương trình (\*).**

Phương trình  $x^2 + 5x - 6 = 0$  có  $a = 1, b = 5, c = -6$ .

Vì  $a + b + c + 1 + 5 + (-6) = 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = -6 \end{cases}$ .

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \{1; -6\}$ .

**b) Giải hệ phương trình**  $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ .

Ta có:  $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 6 \\ y = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$ .

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (3; 2)$ .

**Bài 2 (2,0 điểm):**

**Rút gọn các biểu thức sau:**

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 3\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{8} \\ &= 3\sqrt{2} + \sqrt{5^2 \cdot 2} - \sqrt{2^2 \cdot 2} \\ &= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \\ &= (3 + 5 - 2)\sqrt{2} \\ &= 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{b)} \quad \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 4}{\sqrt{x} + 2} \quad \text{với } x > 0.$$

Với  $x > 0$  ta có:

$$\begin{aligned} & \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 4}{\sqrt{x} + 2} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{\sqrt{x}} + \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}{\sqrt{x} + 2} \\ &= \sqrt{x} + 1 + \sqrt{x} - 2 \\ &= 2\sqrt{x} - 1 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy với } x > 0 \text{ thì } \frac{x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{x - 4}{\sqrt{x} + 2} = 2\sqrt{x} - 1.$$

**Bài 3 (2,0 điểm)**

**a) Giải bài toán bằng cách lập phương trình**

**Một mảnh đất hình chữ nhật có độ dài đường chéo là 13m. Biết chiều dài mảnh đất lớn hơn chiều rộng là 7m. Hãy tính diện tích mảnh đất hình chữ nhật đó.**

Gọi chiều rộng mảnh đất là  $x(m)$  (ĐK:  $x > 0$ )  $\Rightarrow$  Chiều dài mảnh đất là  $x + 7(m)$ .

Vì độ dài đường chéo của mảnh đất hình chữ nhật là 13m nên ta có phương trình:

$$x^2 + (x + 7)^2 = 13^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x^2 + 14x + 49 = 169$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 14x - 120 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7x - 60 = 0$$

Ta có  $\Delta = 7^2 - 4 \cdot (-60) = 289 = 17^2 > 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x = \frac{-7 + 17}{2} = 5 \text{ (tm)} \\ x = \frac{-7 - 17}{2} = -12 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Chiều rộng của mảnh đất là 5m, chiều dài của mảnh đất là  $5 + 7 = 12m$ .

Vậy diện tích mảnh đất hình chữ nhật là  $S = 5 \cdot 12 = 60(m^2)$ .

**b) Cho phương trình  $x^2 - 2mx - 1 = 0$  (1) với  $m$  là tham số.**

**Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn**

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$$

Phương trình (1) có  $\Delta' = m^2 + 1 > 0, \forall m$  nên phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ .

$$\text{Khi đó áp dụng định lý Vi-ét ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = -1 \end{cases}.$$

Theo bài ra ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - x_1x_2 = 7$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 7$$

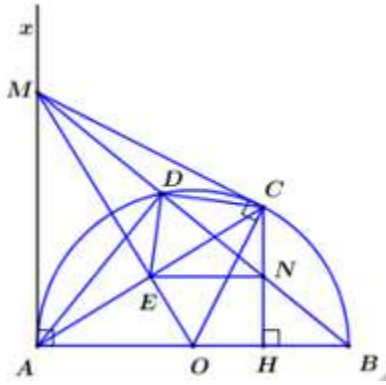
$$\Rightarrow 4m^2 + 3 = 7$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow m = \pm 1$$

Vậy  $m = \pm 1$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Bài 4 (3.0 điểm): Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Vẽ tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đường kính AB. Lấy một điểm M trên tia Ax ( $M \neq A$ ). Vẽ tiếp tuyến MC với nửa đường tròn (O) (C là tiếp điểm). Vẽ AC cắt OM tại E, Vẽ MB cắt nửa đường tròn (O) tại D ( $D \neq B$ ).**



**a) Chứng minh: Tứ giác AMDE nội tiếp trong một đường tròn.**

Ta có:  $OA = OC \Rightarrow O$  thuộc trung trực của  $AC$ .

$MA = MC$  (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)  $\Rightarrow M$  thuộc trung trực của  $AC$ .

$\Rightarrow OM$  là trung trực của  $AC \Rightarrow OM \perp AC$  tại  $E \Rightarrow AEM = 90^\circ$ .

Ta có  $ADB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  $\Rightarrow ADM = 90^\circ$ .

Xét tứ giác  $AMDE$  có  $AEM = ADM = 90^\circ$  (cmt)  $\Rightarrow AMDE$  là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính  $AM$  (tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn  $AM$  dưới một góc  $90^\circ$ ).

**b) Chứng minh  $MA^2 = MD \cdot MB$ .**

Xét  $\triangle MAD$  và  $\triangle MBA$  có:

$\angle AMB$  chung;

$\angle MDA = \angle MAB = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle MAD \sim \triangle MBA$  (g.g)  $\Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{MB}{MA}$  (2 cạnh tương ứng)  $\Rightarrow MA^2 = MD \cdot MB$ .

**c) Vẽ  $CH \perp AB$  ( $H \in AB$ ). Chứng minh rằng  $MB$  đi qua trung điểm của đoạn thẳng  $CH$ .**

Gọi  $MB \cap CH = \{N\}$ .

Vì  $AEDM$  là tứ giác nội tiếp (cmt) nên  $\angle DEC = \angle AMD$  (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp).

Mà  $\angle AMD = \angle DAB$  (cùng phụ với  $\angle MAD$ ) nên  $\angle DEC = \angle DAB$  (1).

Ta có  $\angle DNC = \angle BNH$  (đối đỉnh), mà  $\begin{cases} \angle BNH + \angle NBH = 90^\circ \\ \angle DAB + \angle NBH = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \angle BNH = \angle DAB \Rightarrow \angle DNC = \angle DAB$  (2).

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow \angle DEC = \angle DNC$ .

$\Rightarrow DENC$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

$\Rightarrow \angle DNE = \angle DCE$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $DE$ ).

Mà  $\angle DCE = \angle DCA = \angle DBA$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $DA$ ).

$\Rightarrow \angle DNE = \angle DBA$ . Mà 2 góc này nằm ở vị trí 2 góc đồng vị nên  $EN \parallel AB$  hay  $EN \parallel AH$ .

Lại có:  $E$  là trung điểm của  $AC$  (do  $OM$  là trung trực của  $AC, OM \cap AC = \{E\}$ ).

$\Rightarrow N$  là trung điểm của  $CH$  (định lý đường trung bình trong tam giác  $ACH$ ).

Vậy  $MB$  đi qua  $N$  là trung điểm của  $CH$  (đpcm).

**Bài 5 (1,0 điểm):**

**Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức**  $A = \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b}$  **với**  $\begin{cases} a, b, c > 0 \\ a+b+c = 3 \end{cases}$ .

Áp dụng BĐT phụ:  $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} \geq \frac{(x+y+z)^2}{a+b+c}$ . Dấu "=" xảy ra khi  $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}, a, b, c > 0$ .

Chúng minh BĐT phụ:

Áp dụng BĐT B.C.S cho hai bộ số  $\left(\frac{x}{\sqrt{a}}; \frac{y}{\sqrt{b}}; \frac{z}{\sqrt{c}}\right)$  và  $(\sqrt{a}; \sqrt{b}; \sqrt{c})$  ta có:

$$\left(\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c}\right)(a+b+c) \geq (x+y+z)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} \geq \frac{(x+y+z)^2}{a+b+c}$$

Khi đó ta có:

$$A = \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{c+a} + \frac{c^2}{a+b} \geq \frac{(a+b+c)^2}{b+c+c+a+a+b} = \frac{(a+b+c)^2}{2(a+b+c)} = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3}{2}$$

Vậy  $A_{\min} = \frac{3}{2}$ . Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi  $a = b = c = 1$ .

\_\_\_\_\_ **HẾT** \_\_\_\_\_

**Bài 1. (2,0 điểm)**

- 1) Giải phương trình  $x^2 + 3x - 10 = 0$
- 2) Giải phương trình  $3x^4 + 2x^2 - 5 = 0$
- 3) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

**Bài 2. (2,25 điểm)**

- 1) Vẽ đồ thị hàm số  $(P): y = x^2$ .
- 2) Tìm giá trị của tham số thực  $m$  để Parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = 2x - 3m$  có đúng một điểm chung.
- 3) Cho phương trình  $x^2 + 5x - 4 = 0$ . Gọi  $x_1; x_2$  là hai nghiệm của phương trình. Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức  $Q = x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2$ .

**Bài 3. (1,0 điểm)**

Rút gọn biểu thức  $A = \left( \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} + \frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right) : \sqrt{x}$  (với  $x > 0; x \neq 4$ ).

**Bài 4. (1,75 điểm)**

- 1) Hằng ngày bạn Mai đi học bằng xe đạp, quãng đường từ nhà đến trường dài 3km. Hôm nay, xe đạp hư nên Mai nhờ mẹ chở đi đến trường bằng xe máy với vận tốc lớn hơn vận tốc khi đi xe đạp là 24 km/h, cùng thời điểm khởi hành như mọi ngày nhưng Mai đã đến trường sớm hơn 10 phút. tính vận tốc của bạn Mai khi đi học bằng xe đạp.
- 2) Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , biết  $AB = a$ ,  $AC = 2a$  (với  $a$  là số thực dương). Tính thể tích theo  $a$  của hình nón được tạo thành khi quay  $\triangle ABC$  một vòng cạnh  $AC$  cố định.

**Bài 5. (3,0 điểm)**

- Cho  $\triangle ABC$  có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ). Ba đường cao  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại  $H$ .
- 1) Chứng minh tứ giác  $BFEC$  nội tiếp. Xác định tâm  $O$  của đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $BFEC$
  - 2) Gọi  $I$  là trung điểm của  $AH$ . Chứng minh  $IE$  tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$ .
  - 3) Vẽ  $CI$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $M$  ( $M$  khác  $C$ ),  $EF$  cắt  $AD$  tại  $K$ . Chứng minh ba điểm  $B, K, M$  thẳng hàng

HẾT

**Bài 1. (2,0 điểm)**

1) Giải phương trình  $x^2 + 3x - 10 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 3^2 - 4.1.(-10) = 49 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{49} = 7$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 + 7}{2} = 2; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 - 7}{2} = -5$$

2) Giải phương trình  $3x^4 + 2x^2 - 5 = 0$  (\*)

Đặt  $x^2 = t \geq 0$

Khi đó phương trình (\*) trở thành  $3t^2 + 2t - 5 = 0$

Ta thấy  $a + b + c = 3 + 2 - 5 = 0$  nên  $t_1 = 1$  (nhận);  $t_2 = \frac{-5}{3}$  (loại)

Với  $t = 1$ , ta có  $x^2 = 1$ . Suy ra  $x_1 = 1; x_2 = -1$ .

Vậy phương trình (\*) có hai nghiệm  $x_1 = 1; x_2 = -1$

3) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 2x + 4y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 7y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có một nghiệm duy nhất  $(x; y) = (2; 1)$ .

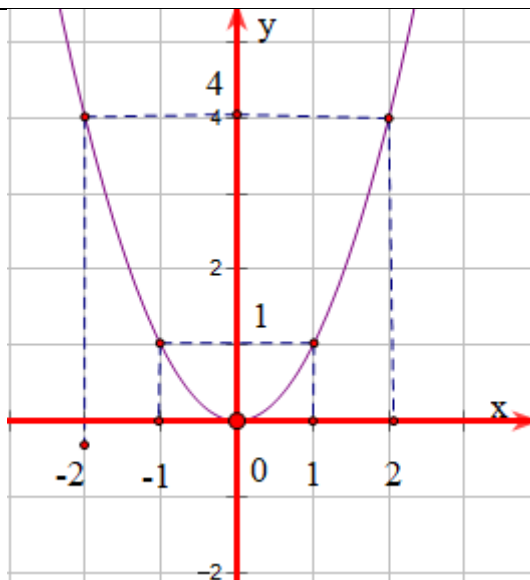
**Bài 2. (2,25 điểm)**

1) Vẽ đồ thị hàm số  $(P): y = x^2$ .

Tập xác định  $R$

|     |    |    |   |   |   |
|-----|----|----|---|---|---|
| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| $y$ | 4  | 1  | 0 | 1 | 4 |

Đồ thị hàm số  $y = x^2$  là một Parabol đỉnh  $O(0;0)$ , nhận trục  $Oy$  làm trục đối xứng, điểm  $O$  là điểm thấp nhất của đồ thị.



2) Tìm giá trị của tham số thực  $m$  để Parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = 2x - 3m$  có đúng một điểm chung.

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$ :

$$x^2 = 2x - 3m \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3m = 0$$

$$\Delta' = (-1)^2 - 1 \cdot 3m = 1 - 3m.$$

Để  $(P)$  và  $(d)$  có đúng một điểm chung thì

$$\Delta' = 0 \Rightarrow 1 - 3m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$$

3) Cho phương trình  $x^2 + 5x - 4 = 0$ . Gọi  $x_1; x_2$  là hai nghiệm của phương trình. Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức  $Q = x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2$ .

Vì  $a = 1, c = -4$  nên  $a$  và  $c$  trái dấu suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Theo hệ thức Vi-ét có } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = -5 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -4 \end{cases}$$

$$Q = x_1^2 + x_2^2 + 6x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 + 4x_1x_2 = (-5)^2 + 4 \cdot (-4) = 9$$

### Bài 3. (1,0 điểm)

$$\text{Rút gọn biểu thức } A = \left( \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} + \frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right) : \sqrt{x} \text{ (với } x > 0; x \neq 4 \text{ )}.$$

$$A = \left( \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} + \frac{x-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right) : \sqrt{x}$$

$$A = \left[ \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}} \right] : \sqrt{x}$$

$$A = (\sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 2) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$A = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 2$$

**Bài 4. (1,75 điểm)**

1) Hằng ngày bạn Mai đi học bằng xe đạp, quãng đường từ nhà đến trường dài 3km. Hôm nay, xe đạp hư nên Mai nhờ mẹ chở đi đến trường bằng xe máy với vận tốc lớn hơn vận tốc khi đi xe đạp là 24 km/h, cùng thời điểm khởi hành như mọi ngày nhưng Mai đã đến trường sớm hơn 10 phút. tính vận tốc của bạn Mai khi đi học bằng xe đạp.

Giải

Gọi vận tốc của bạn Mai khi đi xe đạp từ nhà tới trường là  $x$  (km/h) ( $x > 0$ ).

Thời gian Mai đi xe đạp từ nhà đến trường là  $\frac{3}{x}$  (h).

Vận tốc xe máy mẹ Mai chở Mai từ nhà đến trường là  $x + 24$  (km/h)

Thời gian mẹ chở mai đi học bằng xe máy từ nhà đến trường là  $\frac{3}{x+24}$  (h)

Vì hôm nay mai đến sớm hơn 10 phút hay  $\frac{1}{6}$  (h) so với mọi ngày, ta có phương trình  $\frac{3}{x} - \frac{3}{x+24} = \frac{1}{6}$

$$\Rightarrow 18(x+24) - 18x = x(x+24)$$

$$\Rightarrow 18x + 432 - 18x = x^2 + 24x \Leftrightarrow x^2 + 24x - 432 = 0$$

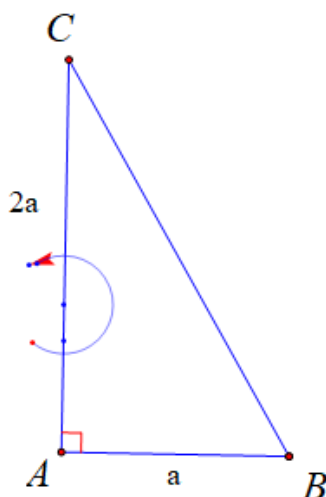
$$\text{Có } \Delta' = 12^2 - 1 \cdot (-432) = 576 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = \sqrt{576} = 24$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{-12+24}{1} = 12 \text{ (nhận); } x_2 = \frac{-12-24}{1} = -36 \text{ (loại).}$$

Vậy vận tốc của bạn Mai khi đi xe đạp từ nhà đến trường là 12 km/h

2) Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$ , biết  $AB = a$ ,  $AC = 2a$  (với  $a$  là số thực dương). Tính thể tích theo  $a$  của hình nón được tạo thành khi quay  $\triangle ABC$  một vòng cạnh  $AC$  cố định.

Giải



Hình nón được tạo thành có  $r = AB = a$ ;  $h = AC = 2a$ .

Thể tích hình nón  $V = \frac{1}{3} \pi . r^2 . h = \frac{1}{3} . \pi . a^2 . 2a = \frac{2}{3} \pi a^3$  (đơn vị thể tích)

**Bài 5. (3,0 điểm)**

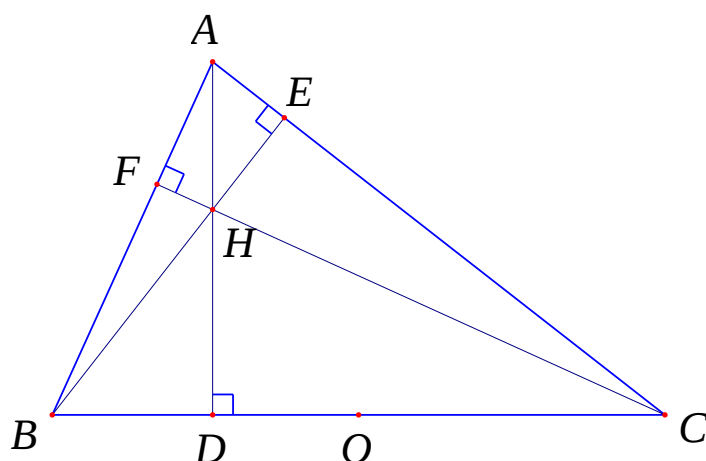
Cho  $\triangle ABC$  có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ). Ba đường cao  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại  $H$ .

1) Chứng minh tứ giác  $BFEC$  nội tiếp. Xác định tâm  $O$  của đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $BFEC$

2) Gọi  $I$  là trung điểm của  $AH$ . Chứng minh  $IE$  tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$ .

3) Vẽ  $CI$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $M$  ( $M$  khác  $C$ ),  $EF$  cắt  $AD$  tại  $K$ . Chứng minh ba điểm  $B, K, M$  thẳng hàng

Chứng minh



1) Chứng minh tứ giác  $BFEC$  nội tiếp. Xác định tâm  $O$  của đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $BFEC$

$CFB = 90^\circ$  ( $CF$  là đường cao của  $\triangle ABC$ )

$CEB = 90^\circ$  ( $BE$  là đường cao của  $\triangle ABC$ )

Mà  $E$  và  $F$  nằm cùng phía đối với  $CB$  nên tứ giác  $BFEC$  là tứ giác nội tiếp.

Vì  $\triangle BEC$  vuông tại  $E$  nên tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $BFEC$  là trung điểm  $O$  của cạnh  $BC$ .

2) Chứng minh  $IE$  tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$ .



**Bộ đề ôn thi vào lớp 10**

---

Tứ giác  $DCEH$  nội tiếp (vì  $HDC + HEC = 180^0$ )

$$\Rightarrow HDE = HCE \text{ hay } IDE = FCE$$

Mà  $FCE = FEI$  (cùng chắn  $EF$ ) hay  $FCE = KEI$ . Do đó  $IDE = KEI$ .

$\triangle KIE$  và  $\triangle EID$  có  $KIE = EID$  (góc chung) và  $IDE = KEI$ .

$$\text{Suy ra } \triangle KIE \sim \triangle EID \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{IE}{IK} = \frac{ID}{IE} \Rightarrow IE^2 = IK.ID \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \Rightarrow IM.IC = IK.ID \Rightarrow \frac{ID}{IC} = \frac{IM}{IK}$$

Mặt khác  $\triangle DIC$  và  $\triangle MIK$  có  $MIK = DIC$  (góc chung)

$$\text{Do đó } \triangle DIC \sim \triangle MIK \text{ (c.g.c)} \Rightarrow IDC = IMK = 90^0$$

$$\Rightarrow KM \perp IC \text{ tại } M$$

Vì  $BMC = 90^0$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  $\Rightarrow BM \perp IC$  tại  $M$

Do đó  $BM, KM$  trùng nhau  $\Rightarrow B, K, M$  thẳng hàng.

\_\_\_\_\_ **HẾT** \_\_\_\_\_