

Câu 1: (4.0 điểm)

- Rút gọn biểu thức $A = \frac{x-1}{x-\sqrt{x}-2} : \left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \right)$ với $x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$.
- Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{y} + \sqrt{z})(\sqrt{z} + \sqrt{x}) = 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{\sqrt{y} - \sqrt{z}}{x(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}) + 1 + \sqrt{xyz}} + \frac{\sqrt{z} - \sqrt{x}}{y(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}) + 1 + \sqrt{xyz}} + \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{z(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}) + 1 + \sqrt{xyz}}$.

Câu 2: (4.0 điểm)

- Giải phương trình $\sqrt{2x^2 + 5x - 3} + 2x^2 = x(\sqrt{x+3} + 2\sqrt{2x-1})$.
- Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x+3} = \frac{1}{x}(y-3) \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{x} = x+3 \end{cases}$.

Câu 3: (4.0 điểm)

- Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $(x+y)(y^2+x-y) + x(y-1) = 10$.
- Hai số nguyên dương a, b được gọi là “cân bằng” nếu hai số này có cùng tập ước nguyên tố (ví dụ hai số 10 và 20 là cân bằng vì cùng có tập ước nguyên tố là $\{2; 5\}$). Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho n và $n+6$ là hai số “cân bằng” và n chia hết cho 4.

Câu 4: (6.0 điểm) Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB cố định. Một điểm C di chuyển trên (O) (C khác A, B). Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC . Vẽ CH vuông góc với AB tại H .

- Vẽ CM song song với BI ($M \in AI$). Lấy điểm F thuộc AB sao cho $AC = AF$. Chứng minh CM vuông góc với FM .
- Lấy điểm P trên tia đối của tia AC sao cho $AP = AC$. Gọi Q là trung điểm của HB , đường thẳng PH cắt CQ tại J . Chứng minh $\widehat{ACH} = \widehat{QJB}$.
- Gọi K là tâm đường tròn nội tiếp tam giác AHC ; đường thẳng CK cắt AB tại E . Hãy tìm vị trí điểm C trên đường tròn (O) sao cho diện tích tam giác CEF lớn nhất.

Câu 5: (2.0 điểm) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xyz + xy + yz + zx = 4$.

Chứng minh $\frac{1}{\sqrt{x^3 - 2x + 4}} + \frac{1}{\sqrt{y^3 - 2y + 4}} + \frac{1}{\sqrt{z^3 - 2z + 4}} \leq \sqrt{3}$.

.....Hết.....

Họ và tên thí sinh:SBD

Cán bộ xem thi số 1:

Cán bộ xem thi số 2: