

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1 (5,0 điểm):

1) Thực hiện phép tính: $\left[6.\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 3.\left(-\frac{1}{3}\right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1\right)$

2) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{(2^2.3)^6} - \frac{5^{10}.7^3 - 25^5.49^2}{(125.7)^3 + 5^9.14^3}$

3) Tìm x biết: $\left|x - \frac{1}{3}\right| + \frac{4}{5} = \left|(-3, 2) + \frac{2}{5}\right|$

Câu 2 (4,0 điểm):

1) Cho a, b, c là ba số khác 0 thỏa mãn $b^2 = ac$. Chứng minh rằng $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{c}$.

2) Cho $A = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{1000^2}$. Chứng minh rằng $A < \frac{25}{36}$.

Câu 3 (4,0 điểm):

1) Tìm số nguyên a để $a^2 + a + 3$ chia hết cho $a + 1$.

2) Tìm các số nguyên tố x, y thỏa mãn $x^2 - 2y^2 = 1$.

Câu 4 (6,0 điểm):

1) Cho tam giác ABC có M là trung điểm của cạnh BC . Trên tia đối của tia MA lấy điểm E sao cho $ME = MA$.

a) Chứng minh $AC \parallel BE$.

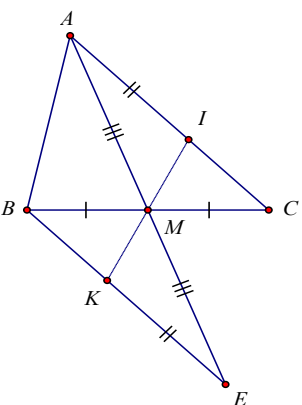
b) Gọi I là một điểm trên đoạn thẳng AC , K là một điểm trên đoạn thẳng EB sao cho $AI = EK$. Chứng minh ba điểm I, M, K thẳng hàng.

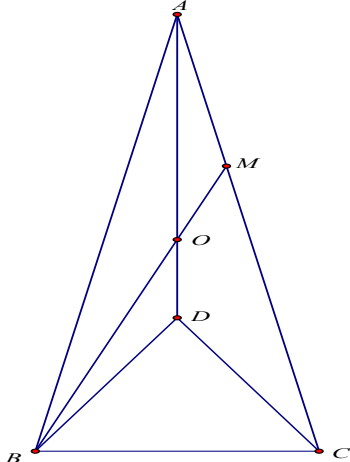
2) Cho tam giác ABC cân tại A có $\widehat{BAC} = 20^\circ$. Vẽ tam giác đều BCD sao cho điểm D nằm trong tam giác ABC . Tia phân giác của $\widehat{ABD}$ cắt AC tại M . Chứng minh $AM = BC$.

Câu 5 (1,0 điểm):

Cho $xyz = 1$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x}{xy + x + 1} + \frac{y}{yz + y + 1} + \frac{z}{xz + z + 1}$.

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (5,0 điểm)	$1) \left[6 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - 1 \right)$ $= \left[6 \cdot \frac{1}{9} + 1 + 1 \right] : \left(-\frac{1}{3} - \frac{3}{3} \right)$ $= \left[\frac{2}{3} + 2 \right] : \left(-\frac{4}{3} \right)$ $= \left[\frac{2}{3} + \frac{6}{3} \right] : \left(-\frac{4}{3} \right)$ $= \frac{8}{3} \cdot \frac{-3}{4} = -2$	0,5 0,5 0,5 0,5
	$2) A = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 2^{12} \cdot 3^4}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 5^{10} \cdot 7^4}{5^9 \cdot 7^3 + 5^9 \cdot 7^3 \cdot 2^3}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^4 (3-1)}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (1-7)}{5^9 \cdot 7^3 (1+2^3)}$ $= \frac{2^{12} \cdot 3^4 \cdot 2}{2^{12} \cdot 3^6} - \frac{5^{10} \cdot 7^3 (-6)}{5^9 \cdot 7^3 \cdot 9}$ $= \frac{2}{3^2} - \frac{5 \cdot (-6)}{9} = \frac{2}{9} - \frac{-30}{9} = \frac{32}{9}$	0,5 0,5 0,5
	$3) \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left (-3, 2) + \frac{2}{5} \right $ $\Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left -\frac{16}{5} + \frac{2}{5} \right $ $\Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \left -\frac{14}{5} \right $ $\Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right + \frac{4}{5} = \frac{14}{5}$ $\Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right = \frac{14}{5} - \frac{4}{5} \Rightarrow \left x - \frac{1}{3} \right = 2$ $\Rightarrow x - \frac{1}{3} = 2 \text{ hoặc } x - \frac{1}{3} = -2$ $\Rightarrow x = 2 + \frac{1}{3} \text{ hoặc } x = -2 + \frac{1}{3}$ $\Rightarrow x = \frac{7}{3} \text{ hoặc } x = -\frac{5}{3}$ Vậy $x \in \left\{ \frac{7}{3}; -\frac{5}{3} \right\}$	0,5 0,5 0,5

Câu 2 (4,0 điểm)	1) Ta có $b^2 = ac \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{c} \quad (1)$ Mặt khác, từ $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \left(\frac{b}{c}\right)^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2}{c^2}$ Theo tính chất của dãy tỉ số bằng nhau, ta có: $\frac{a^2}{b^2} = \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} \quad (2)$ Từ (1) và (2) suy ra $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{c} \quad (\text{đpcm})$	0,5 0,5 0,5 0,5
	$A < \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{999.1000}$ $A < \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} - \frac{1}{1000}$ $A < \frac{25}{36} - \frac{1}{1000} < \frac{25}{36}$ Vậy $A < \frac{25}{36}$	0,5 0,5 0,75 0,25
	Câu 3 (4,0 điểm)	
	1) Ta có : $a^2 + a + 3$ chia hết cho $a + 1 \Rightarrow [a(a + 1) + 3] : (a + 1) \quad (1)$ Vì a là số nguyên nên $a(a + 1) : (a + 1) \quad (2)$ Từ (1) và (2) suy ra $3 : (a + 1)$ hay $a + 1$ là các ước của 3 Do đó $a + 1 \in \{-3; -1; 1; 3\} \Rightarrow a \in \{-4; -2; 0; 2\}$ Vậy $a \in \{-4; -2; 0; 2\}$ là các giá trị nguyên cần tìm.	0,5 0,5 0,5 0,5
	2) Từ $x^2 - 2y^2 = 1$ suy ra $x^2 - 1 = 2y^2 \quad (1)$ + Nếu x chia hết cho 3 mà x là số nguyên tố nên $x = 3$ Thay $x = 3$ vào (1) ta được: $2y^2 = 8 \Rightarrow y^2 = 4 \Rightarrow y = 2$ (vì y là số nguyên tố) + Nếu x không chia hết cho 3 thì x^2 chia cho 3 dư 1 nên $x^2 - 1$ chia hết cho 3. Do đó từ (1) suy ra $2y^2$ chia hết cho 3 Mà $(2; 3) = 1$ nên $y^2 : 3 \Rightarrow y : 3 \Rightarrow y = 3$ (vì y là số nguyên tố) Thay $y = 3$ vào (1) ta được $x^2 - 1 = 18 \Rightarrow x^2 = 19 \Rightarrow x \notin \mathbb{Z}$ (loại) Vậy có duy nhất cặp số nguyên tố (x, y) thỏa mãn đề bài là $(3; 2)$.	0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 4 (6,0 điểm)		

	a) Xét $\triangle AMC$ và $\triangle EMB$ có: $MC = MB$ (gt), $\widehat{AMC} = \widehat{EMB}$ (hai góc đối đỉnh), $MA = ME$ (gt) $\Rightarrow \triangle AMC = \triangle EMB$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{CAM} = \widehat{BEM}$ (hai góc tương ứng) Mà $\widehat{CAM}$ và $\widehat{BEM}$ là hai góc so le trong nên $AC \parallel BE$ (đpcm).	1,5 0,5
	b) Xét $\triangle AMI$ và $\triangle EMK$ có: $AI = EK$ (gt), $\widehat{IAM} = \widehat{KEM}$ (theo ý a), $MA = ME$ (gt) $\Rightarrow \triangle AMI = \triangle EMK$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AMI} = \widehat{EMK}$ (hai góc tương ứng) (1) Mà $\widehat{AMK} + \widehat{EMK} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) (2) Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{AMK} + \widehat{IMA} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{IMK} = 180^\circ$ Hay ba điểm I, M, K thẳng hàng (đpcm).	1,0 1,0
		
	2) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle ADC$ (c.c.c) suy ra $\widehat{DAB} = \widehat{DAC}$ Do đó $\widehat{DAB} = 20^\circ : 2 = 10^\circ$ + $\triangle ABC$ cân tại A, mà $\widehat{BAC} = 20^\circ$ (gt) nên $\widehat{ABC} = (180^\circ - 20^\circ) : 2 = 80^\circ$ + $\triangle BCD$ là tam giác đều nên $\widehat{DBC} = 60^\circ$ + Tia BD nằm giữa hai tia BA và BC suy ra $\widehat{ABD} = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$. + Tia BM là phân giác của $\widehat{ABD}$ nên $\widehat{ABM} = 10^\circ$ + Xét tam giác ABM và BAD có: AB cạnh chung ; $\widehat{BAM} = \widehat{BAD} = 20^\circ$; $\widehat{ABM} = \widehat{DAB} = 10^\circ$ Vậy: $\triangle ABM = \triangle BAD$ (g.c.g) suy ra $AM = BD$, mà $BD = BC$ (tam giác ABC đều) nên $AM = BC$	0,5 0,5 0,5 0,5
Câu 5 (1,0 điểm)	$A = \frac{x}{xy+x+1} + \frac{y}{yz+y+1} + \frac{z}{xz+z+1}$ $= \frac{xz}{z(xy+x+1)} + \frac{yxz}{xz(yz+y+1)} + \frac{z}{xz+z+1}$ $= \frac{xz}{xz+z+1} + \frac{1}{xz+z+1} + \frac{z}{xz+z+1}$ $= \frac{xz+z+1}{xz+z+1} = 1$ Vậy $A=1$	0,5 0,5

