PHÒNG GD&ĐT THÁI HÒA

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP THỊ XÃ
NĂM HỌC 2021 – 2022
Môn thi: Toán 9
Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: *(5,0 điểm)*

a) Tính giá trị của biểu thức $A=\left(4+\sqrt{15}\right)\left(\sqrt{10}-\sqrt{6}\right)\sqrt{4-\sqrt{15}}$

b) Cho biểu thức $B=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$. Tìm x để B có giá trị bằng $\dfrac{5}{3}$

c) Cho $\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\left(2y+\sqrt{4y^2+1}\right)=1$. Tính giá trị biểu thức x^3+8y^3+2021

Câu 2: *(2,0 điểm)*

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $2x^2+4x=19-3y^2$

b) Với a, b là các số nguyên. Chứng minh rằng nếu $4a^2+3ab-11b^2$ chia hết cho 5 thì a^4-b^4 chia hết cho 5.

Câu 3: *(3,0 điểm)* Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{4x^2-4x+1}=3x+1$

b) $x^2-6(x+3)\sqrt{x+1}+14x+3\sqrt{x+1}+13=0$

Câu 4: *(2,0 điểm)*

a) Cho x, y là các số thực khác 0. Chứng minh rằng : $\dfrac{x^2}{y^2}+\dfrac{y^2}{x^2}\geq\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}$

b) Cho a, b là các số thực dương thoả mãn $(a+b-1)^2=ab$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q=\dfrac{1}{ab}+\dfrac{1}{a^2+b^2}+\dfrac{\sqrt{ab}}{a+b}$

Câu 5: *(7,0 điểm)*

1. Cho góc nhọn α và $\tan\alpha=\dfrac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $M=\dfrac{2\sin\alpha-\cos\alpha}{\sin\alpha+3\cos\alpha}$

2. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB < AC, đường cao AH. Gọi M là trung điểm của BC, đường thẳng qua A vuông góc với AM cắt đường thẳng BC tại N. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ BC chứa điểm A dựng tam giác BME vuông cân tại M. Trên tia đối của tia ME lấy điểm K sao cho MK = ME. Chứng minh rằng:

a) $4.MH.MN=BC^2$ và $NH.NM=NB.NC$

b) Đường thẳng KH vuông góc với NE

c) AK là tia phân giác của góc BAC.

Câu 6: *(1,0 điểm)* Cho tập hợp A gồm 41 phần tử là các số nguyên khác nhau thỏa mãn tổng của 21 phần tử bất kỳ lớn hơn tổng của 20 phần tử còn lại. Biết các số 401 và 402 thuộc tập A. Tìm tất cả các phần tử của tập hợp A.

.....HẾT.....

Họ và tên thí sinh:.....SBD.....