

Bài 1: (2 điểm) Cho biểu thức:

$$P = \frac{\sqrt{a} + 1}{2\sqrt{a} + 1} \text{ và } Q = \left(\frac{1}{3 - \sqrt{a}} + \frac{2a}{a - 9} \right) \left(3 - \frac{5\sqrt{a} - 6}{2\sqrt{a} - 3} \right) \text{ với } a \geq 0, a \neq 9; a \neq \frac{9}{4}.$$

1. Tính giá trị biểu thức P tại $a = 16$.
2. Rút gọn biểu thức Q.

3. Đặt $A = \frac{Q}{P}$, tìm các giá trị của x để $A.(a + 3\sqrt{a}) = 2\sqrt{a} + 2\sqrt{a + \frac{3}{4}} - 2$

Bài 2: (2 điểm) Giải bài toán thực tế sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Hai vòi cùng chảy vào 1 bể không có nước thì sau 6h đầy bể. Nếu vòi 1 chảy 1 mình trong 5h sau đó khóa vòi 1 và mở tiếp vòi 2 trong 2h thì cả 2 vòi chảy được $\frac{8}{15}$ bể. Hỏi mỗi vòi chảy 1 mình bao lâu thì đầy bể.

Bài 3: (2 điểm)

1. Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 4x - y = 2 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$$

2. Cho parabol (P): $y = -x^2$ và đường thẳng (d): $y = -(m - 1)x - m$

- a. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) cắt parabol (P) khi $m = -2$.
- b. Tìm m để đường thẳng (d) tiếp xúc với parabol (P) và tìm tọa độ tiếp điểm đó.

Bài 4: (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên đoạn OB lấy điểm C, gọi I là trung điểm của đoạn AC. Vẽ dây cung MN của (O) vuông góc với AB tại I. Từ C kẻ CE vuông góc với BM tại E.

1, C/m: Tứ giác CIME nội tiếp

2, C/m: $IM.IN = IA.IB$

3, C/m: Ba điểm N, C, E thẳng hàng.

4, CM cắt IE tại P, tia BP cắt MN và MA lần lượt tại Q và R.

$$C/m: \frac{MA}{MR} + \frac{MC}{MP} = \frac{MN}{MQ}$$

Bài 5: (0,5 điểm)

Cho các số thực a, b, c thỏa mãn điều kiện $a \geq 1; b \geq 1; c \geq 1$.

Chứng minh rằng:
$$\frac{1}{2a-1} + \frac{1}{2b-1} + \frac{1}{2c-1} + \frac{4ab}{ba+1} + \frac{4bc}{bc+1} + \frac{4ca}{ca+1} \geq 9$$

-----Chúc các em làm bài tốt-----