

Bài 1. (5.0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$.

a) Nêu điều kiện xác định và rút gọn A.

b) Tìm GTNN của A.

c) Cho $B = \frac{3\sqrt{x}}{A}$ tìm x để $B \in \mathbb{Z}$.

Bài 2. (4.0 điểm)

a) Cho $m^2 + 4$ và $m^2 + 16$ là các số nguyên tố với m là số nguyên dương lớn hơn 1. Chứng minh rằng m chia hết cho 5.

b) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 6x + 8} + 2\sqrt{x + 3} = \sqrt{x^2 + x - 6} + 2\sqrt{x - 4}$.

c) Tìm nghiệm nguyên phương trình: $5x^2 + y^2 = 17 - 2xy$.

Bài 3. (3.0 điểm)

a) Cho ba số thực a, b, c. Chứng minh bất đẳng thức: $(a + b + c)^2 \geq 3(ab + bc + ca)$.

b) Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Tìm GTNN của biểu thức:

$$M = \frac{x^2 + 1}{x} + \frac{y^2 + 1}{y} + \frac{z^2 + 1}{z} - \frac{1}{x + y + z}.$$

Bài 4. (6.0 điểm)

1. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH, đường trung tuyến AM. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC.

a) Chứng minh: $DE^2 = BH \cdot HC$

b) Chứng minh DE vuông góc với AM.

c) Giả sử diện tích tam giác ABC bằng hai lần diện tích tứ giác AEHD. Chứng minh tam giác ABC vuông cân.

2. Tính độ dài đường phân giác AD của tam giác ABC. Biết tam giác ABC có $AB = 3\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$, góc $BAC = 120^\circ$

Bài 5. (2.0 điểm)

Một sân hình vuông được chia 25 ô vuông nhỏ, mỗi ô được chia một học sinh đứng. Trông đánh, mỗi học sinh đều bước sang ô có cạnh chung với ô mình đang đứng. Chứng minh rằng khi đó phải có ít nhất một ô trống.

----- HẾT -----

<https://thcs.toanmath.com/>

Họ và tên thí sinh: Số báo danh: