UBND HUYỆN PHÚ XUYÊN
PHÒNG GD&ĐT

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN
NĂM HỌC: 2023 -2024
MÔN: TOÁN (Vòng 2)
Thời gian làm bài: 150 phút (*Không kể thời gian giao đề*)

Câu 1 (4,0 điểm):

a) Cho a là số tự nhiên, chứng minh rằng $\frac{a^5}{120}+\frac{a^4}{12}+\frac{7a^3}{24}+\frac{5a^2}{12}+\frac{a}{5}$ là số tự nhiên.

b) Tìm số nguyên tố p sao cho 2p + 1 bằng lập phương của một số tự nhiên.

Câu 2 (6,0 điểm):

a) Cho đa thức bậc ba $f(x)$ với hệ số của x^3 là một số nguyên dương và biết $f(5)-f(3)=2020$. Chứng minh rằng $f(7)-f(1)$ là hợp số

b) Giải phương trình: $x^2-5x+2=2\sqrt{x-1}-\sqrt[3]{x+3}$.

c) Giải phương trình: $(x+1)(x+2)(x+4)(x+8)=28x^2$.

Câu 3 (2,0 điểm):

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $2ab+6bc+2ac=7abc$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $C=\frac{4ab}{a+2b}+\frac{9ac}{a+4c}+\frac{4bc}{b+c}$.

Câu 4 (7,0 điểm):

1. (1,0 điểm): Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AK, BD, CE cắt nhau tại H.

Chứng minh: $\frac{KC}{KB}=\frac{AC^2+CB^2-BA^2}{BA^2+CB^2-AC^2}$.

2. (6.0 điểm): Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB. Gọi C là một điểm nằm trên nửa đường tròn (O) (C khác A, C khác B). Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB, D là điểm đối xứng với A qua C, I là trung điểm của CH, J là trung điểm của DH.

a) Chứng minh CH.HI = HB.CJ

b) Gọi E là giao điểm của HD và BI. Chứng minh $HE.HD=HC^2$.

c) Xác định vị trí của điểm C trên nửa đường tròn (O) để AH + CH đạt giá trị lớn nhất.

Câu 5 (1,0 điểm):

Trên bảng, người ta viết các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 100 sau đó thực hiện trò chơi như sau: Mỗi lần xóa 2 số a, b bất kỳ trên bảng và viết một số mới bằng $a+b-2$ lên bảng. Việc làm này thực hiện liên tục, hỏi sau 99 bước số cuối cùng còn lại trên bảng là bao nhiêu? Tại sao?

Họ và tên học sinh: .... *SBD:*..................