

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Để thi có 01 trang)

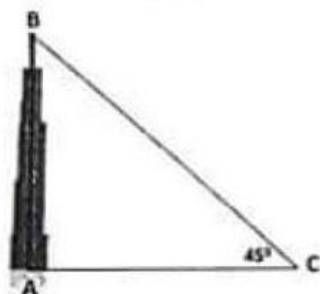
Thời gian làm bài: 150 phút

Ngày thi: 14/12/2021

Câu 1 (2.0 điểm). Công ty Viễn thông A cung cấp dịch vụ Internet với mức phí lắp đặt ban đầu là 400 000 đồng và phí hàng tháng (tính từ tháng đầu tiên) là 50 000 đồng. Công ty Viễn thông B cung cấp dịch vụ Internet không tính phí lắp đặt ban đầu nhưng phí hàng tháng là 90 000 đồng.

- a) Viết hai hàm số bậc nhất biểu thị mức phí sử dụng Internet của hai Công ty A và B.
b) Bạn sử dụng Internet trên mấy tháng thì chọn dịch vụ bên Công ty Viễn thông A có lợi hơn.

Câu 2 (1.5 điểm). Một du khách đếm được 1153 bước chân khi đi từ ngay điểm A dưới chân tòa nhà Landmark 81 (tòa nhà cao nhất Việt Nam tính đến năm 2021) thẳng ra phía ngoài cho đến vị trí C có góc nhìn lên đỉnh B (tam giác ABC vuông tại A) là 45° . Tính chiều cao AB của tòa nhà, biết rằng khoảng cách trung bình của mỗi bước chân là 0,4 m.



Câu 3 (2.0 điểm). Cho $M = (n+1)^4 + n^4 + 1$ với n là số tự nhiên. Chứng minh rằng $2M$ là số chính phương.

Câu 4 (2.0 điểm). Cho $x \cdot y = 81$. Xác định x và y để biểu thức sau đạt giá trị nhỏ nhất

$$P = \left[\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} \right) \cdot \frac{2}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right] : \frac{\sqrt{x^3} + y\sqrt{x} + x\sqrt{y} + \sqrt{y^3}}{\sqrt{x^3y} + \sqrt{xy^3}}$$

Câu 5 (2.5 điểm). Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 + x + 1 = 2xy + y$.

Câu 6 (2.0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2\sqrt{2x-y-3} + 2x = y \\ x^2 + 2xy - y^2 = 2 \end{cases}$$

Câu 7 (2.0 điểm). Khối 9 của Trường THCS X có 105 học sinh. Biết rằng khối 9 có: 70 học sinh giỏi môn Toán, 65 học sinh giỏi môn Ngữ văn và 62 học sinh giỏi môn Ngoại ngữ. Trong đó, có 49 học sinh giỏi cả hai môn Ngữ văn và Toán, 32 học sinh giỏi cả hai môn Toán và Ngoại ngữ, 34 học sinh giỏi cả hai môn Ngữ văn và Ngoại ngữ. Hãy xác định số học sinh khối 9 của Trường THCS X giỏi cả ba môn Toán, Ngữ văn và Ngoại ngữ.

Câu 8 (2.0 điểm). Cho tam giác đều ABC . Từ điểm O ở trong tam giác ta vẽ $OH \perp AB$; $OI \perp BC$; $OK \perp CA$. Chứng minh rằng khi O di động trong tam giác thì tổng $OH + OI + OK$ không đổi.

Câu 9 (2.0 điểm). Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , H là hình chiếu của A trên BD . Biết rằng $\widehat{DAH} = \widehat{HAC} = \widehat{OAB}$. Chứng minh rằng tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật.

Câu 10 (2.0 điểm). Cho $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ với $abc \neq 0$ và $a + b + c \neq 0$. Tính giá trị biểu thức:

$$P = \frac{\left(2020 + \frac{a}{b}\right)\left(2020 + \frac{b}{c}\right)\left(2020 + \frac{c}{a}\right)}{2021}.$$

..... **Hết**.....