

Bài 1: (4 điểm) Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $5x^2 - 26x + 24$

c) $x^2 + 6x + 5$

b) $\frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - 1$

d) $x^4 + 2015x^2 + 2014x + 2015$

Bài 2: (6 điểm)

a) Chứng minh rằng biểu thức sau không phụ thuộc vào biến:

$$(6x + 7)(2x - 3) - (4x + 1)\left(3x - \frac{7}{4}\right)$$

b) Tính giá trị biểu thức $P = \frac{x-y}{x+y}$. Biết $x^2 - 2y^2 = xy$ ($x + y \neq 0, y \neq 0$).

c) Tìm số dư trong phép chia của biểu thức $(x+2)(x+4)(x+6)(x+8)+2015$ cho đa thức $x^2 + 10x + 21$.

d) Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^{2021}$

e) Chứng minh rằng: $A = n^2 + 4n + 3 : 8, \forall n$ là số tự nhiên lẻ

f) Tìm hệ số a để: $ax^5 + 5x^4 - 9 : x - 1$

Bài 3 : (7 điểm) Cho hình vuông ABCD. Qua A vẽ hai đường thẳng vuông góc với nhau lần lượt cắt BC tại P và R, cắt CD tại Q và S.

a) Chứng minh $\triangle AQR$ và $\triangle APS$ là các tam giác cân.

b) QR cắt PS tại H; M, N là trung điểm của QR và PS. Chứng minh tứ giác AMHN là hình chữ nhật.

c) Chứng minh P là trực tâm tam giác SQR.

d) Chứng minh MN là đường trung trực của AC.

Bài 4 : (3 điểm)

a) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = 13x^2 + y^2 + 4xy - 2y - 16x + 2015$

b) Cho hai số a, b thỏa mãn điều kiện $a + b = 1$. Chứng minh $a^3 + b^3 + ab \geq \frac{1}{2}$

----- **Hết** -----

HƯỚNG DẪN CHẤM

BÀI	NỘI DUNG	THANG ĐIỂM
Bài 1 4 điểm	a) $5x^2 - 26x + 24 = 5x^2 - 6x - 20x + 24 = x(5x - 6) - 4(5x - 6) = (5x - 6)(x - 4)$	1 điểm
	b) $\frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = \left(\frac{1}{2}x\right)^3 - 3\left(\frac{1}{2}x\right)^2 \cdot 1 + 3\left(\frac{1}{2}x\right) \cdot 1^2 - 1^3 = \left(\frac{1}{2}x - 1\right)^3$	1 điểm
	c) $x^2 + 6x + 5 = x^2 + x + 5x + 5 = x(x + 1) + 5(x + 1) = (x + 1)(x + 5)$	1 điểm
	d) $x^4 + 2015x^2 + 2014x + 2015 = x^4 + x^3 + x^2 - x^3 - x^2 - x + 2015x^2 + 2015x + 2015 = x^2(x^2 + x + 1) - x(x^2 + x + 1) + 2015(x^2 + x + 1) = (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 2015)$	1 điểm
Bài 2 6 điểm	a) $(6x + 7)(2x - 3) - (4x + 1)\left(3x - \frac{7}{4}\right) = 12x^2 - 18x + 14x - 21 - 12x^2 + 7x - 3x + \frac{7}{4} = \frac{-77}{4}$	1 điểm
	b) $x^2 - 2y^2 = xy \Leftrightarrow x^2 - xy - 2y^2 = 0 \Leftrightarrow (x + y)(x - 2y) = 0$ Vì $x + y \neq 0$ nên $x - 2y = 0 \Leftrightarrow x = 2y$. Khi đó $A = \frac{2y - y}{2y + y} = \frac{y}{3y} = \frac{1}{3}$	1 điểm
	c) $P(x) = (x + 2)(x + 4)(x + 6)(x + 8) + 2015 = (x^2 + 10x + 16)(x^2 + 10x + 24) + 2015$ Đặt $t = x^2 + 10x + 21$ ($t \neq -3$; $t \neq -7$), biểu thức $P(x)$ được viết lại: $P(x) = (t - 5)(t + 3) + 2015 = t^2 - 2t + 2000$ Do đó khi chia $t^2 - 2t + 2000$ cho t ta có số dư là 2000	1 điểm
	d) Gọi $f(x) = (1 - 2x)^{2020} \Rightarrow f(1) = (1 - 2 \cdot 1)^{2020} = (-1)^{2020} = 1$ Vậy tổng các hệ số trong khai triển là 1	1 điểm
	e) $A = (n + 1)(n + 3)$, Vì n là số lẻ, Đặt $n = 2k + 1, (k \in \mathbb{N}) \Rightarrow A = (2k + 2)(2k + 4) : 8$	1 điểm
	f) Theo định lý Bơ- Zu ta có : Dư của $f(x) = ax^5 + 5x^4 - 9$, khi chia cho $x - 1$ là $f(1) = a + 5 - 9 = a - 4$ Để có phép chia hết thì $a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4$	1 điểm

	b) Ta có $a^3 + b^3 + ab \geq \frac{1}{2}$ (1) $\Leftrightarrow a^3 + b^3 + ab - \frac{1}{2} \geq 0$ $\Leftrightarrow (a+b)(a^2 + b^2 - ab) + ab - \frac{1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - \frac{1}{2} \geq 0$ (vì $a + b = 1$) $\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow 2a^2 + 2(1-a)^2 - 1 \geq 0$ (vì $b = 1 - a$) $\Leftrightarrow 2a^2 + 2 - 4a + 2a^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow 4(a^2 - a + \frac{1}{4}) \geq 0$ $\Leftrightarrow 4\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0 \quad \forall a \quad (2)$... đpcm.	1,5 điểm
--	--	----------