

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN CỬ CHI

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 8 CẤP HUYỆN

Ngày 04 tháng 04 năm 2016

Môn thi: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

(Đề thi gồm có 01 trang)

ĐỀ BÀI

Câu 1 (2 điểm): Phân tích đa thức thành nhân tử

- a) $x^2 - x - 6$
- b) $x^3 - x^2 - 14x + 24$

Câu 2 (3 điểm): Cho biểu thức $A = \frac{3x^3 - 14x^2 + 3x + 36}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9}$

- a) Tìm giá trị của x để biểu thức A xác định.
- b) Tìm giá trị của x để biểu thức A có giá trị bằng 0.
- c) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức A có giá trị nguyên.

Câu 3 (5 điểm): Giải phương trình:

- a) $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) = 12$
- b) $\frac{x+1}{2008} + \frac{x+2}{2007} + \frac{x+3}{2006} = \frac{x+4}{2005} + \frac{x+5}{2004} + \frac{x+6}{2003}$
- c) $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ (phương trình có hệ số đối xứng bậc 4)

Câu 4 (4 điểm):

- a) Tìm GTNN: $x^2 + 5y^2 + 2xy - 4x - 8y + 2015$
- b) Tìm GTLN: $\frac{3(x+1)}{x^3 + x^2 + x + 1}$

Câu 5 (6 điểm) Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AA', BB', CC', H là trực tâm.

- a) Tính tổng $\frac{HA'}{AA'} + \frac{HB'}{BB'} + \frac{HC'}{CC'}$
- b) Gọi AI là phân giác của tam giác ABC; IM, IN thứ tự là phân giác của góc AIC và góc AIB. Chứng minh rằng: AN.BI.CM = BN.IC.AM.
- c) Chứng minh rằng đường thẳng DF luôn đi qua một điểm cố định khi điểm M di động trên đoạn thẳng AB.

____*HẾT*____

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HUYỆN CỬ CHI

ĐÁP ÁN HỌC SINH GIỎI LỚP 8 CẤP HUYỆN
Ngày 04 tháng 04 năm 2016
Môn thi: TOÁN

Câu 1 (2 điểm): Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $x^2 - x - 6$ (1 điểm)

$$= x^2 + 2x - 3x - 6$$

$$= x(x + 2) - 3(x + 2)$$

$$= (x - 3)(x + 2)$$

b) $x^3 - x^2 - 14x + 24$ (1 điểm)

$$= x^3 - 2x^2 + x^2 - 2x - 12x + 24$$

$$= x^2(x - 2) + x(x - 2) - 12x(x - 2)$$

$$= (x - 2)(x^2 + x - 12)$$

$$= (x - 2)(x^2 + 4x - 3x - 12)$$

$$= (x - 2)(x + 4)(x - 3)$$

Câu 2 (3 điểm): Cho biểu thức $A = \frac{3x^3 - 14x^2 + 3x + 36}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9}$

a) ĐKXĐ: $3x^3 - 19x^2 + 33x - 9 \neq 0$ (1 điểm)

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{1}{3} \text{ và } x \neq 3$$

b) $\frac{3x^3 - 14x^2 + 3x + 36}{3x^3 - 19x^2 + 33x - 9}$ (1 điểm)

$$= \frac{(x - 3)^2(3x + 4)}{(3x - 1)(x - 3)^2}$$

$$= \frac{3x + 4}{3x - 1}$$

$$A = 0 \Leftrightarrow 3x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4}{3} \text{ (thỏa mãn ĐKXĐ)}$$

Vậy với $x = \frac{-4}{3}$ thì $A = 0$.

c) $A = \frac{3x + 4}{3x - 1} = \frac{3x - 1 + 5}{3x - 1} = 1 + \frac{5}{3x - 1}$ (1 điểm)

$$\text{Vì } x \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow A \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{5}{3x - 1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3x - 1 \in U(5)$$

$$\text{mà } U(5) = \{-5; -1; 1; 5\}$$

$3x - 1$	-5	-1	1	5
x	-4/3 (loại)	0 (nhận)	2/3 (loại)	2 (nhận)

Vậy tại $x \in \{0;2\}$ thì $A \in \mathbb{Z}$.

Câu 3 (5 điểm): Giải phương trình:

a) $(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) = 12$ (1 điểm)

Giải phương trình ta được tập nghiệm $S = \{-2;1\}$

b) $\frac{x+1}{2008} + \frac{x+2}{2007} + \frac{x+3}{2006} = \frac{x+4}{2005} + \frac{x+5}{2004} + \frac{x+6}{2003}$ (2 điểm)

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{2008} + 1 + \frac{x+2}{2007} + 1 + \frac{x+3}{2006} + 1 = \frac{x+4}{2005} + 1 + \frac{x+5}{2004} + 1 + \frac{x+6}{2003} + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2009}{2008} + \frac{x+2009}{2007} + \frac{x+2009}{2006} = \frac{x+2009}{2005} + \frac{x+2009}{2004} + \frac{x+2009}{2003}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2009}{2008} + \frac{x+2009}{2007} + \frac{x+2009}{2006} - \frac{x+2009}{2005} - \frac{x+2009}{2004} - \frac{x+2009}{2003} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2009) \left(\frac{1}{2008} + \frac{1}{2007} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2005} - \frac{1}{2004} - \frac{1}{2003} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x+2009 = 0 \text{ vì } \left(\frac{1}{2008} + \frac{1}{2007} + \frac{1}{2006} - \frac{1}{2005} - \frac{1}{2004} - \frac{1}{2003} \right) \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x = -2009$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-2009\}$

c) $6x^4 - 5x^3 - 38x^2 - 5x + 6 = 0$ (2 điểm)

$\Leftrightarrow$ Chia cả 2 vế cho x^2 , ta được:

$$6x^2 - 5x - 38 - \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 38 = 0 \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow \text{Đặt } x + \frac{1}{x} = y \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2$$

Thay vào phương trình (*) rồi giải phương trình, ta được

Tập nghiệm của phương trình là: $\{-2; \frac{-1}{2}; 0; \frac{1}{3}\}$

Câu 4 (4 điểm):

a) Tìm GTNN: $P = x^2 + 5y^2 + 2xy - 4x - 8y + 2015$

b) Tìm GTLN: $Q = \frac{3(x+1)}{x^3 + x^2 + x + 1}$

a) $P = x^2 + 5y^2 + 2xy - 4x - 8y + 2015$ (2 điểm)

$$P = x^2 + 5y^2 + 2xy - 4x - 8y + 2015$$

$$P = (x^2 + y^2 + 2xy) - 4(x+y) + 4 + 4y^2 - 4y + 1 + 2010$$

$$P = (x+y-2)^2 + (2y-1)^2 + 2010 \geq 2010$$

$$\Rightarrow \text{Giá trị nhỏ nhất của } P = 2010 \text{ khi } x = \frac{3}{2}; y = \frac{1}{2}$$

b) $Q = \frac{3(x+1)}{x^3 + x^2 + x + 1}$ (2 điểm)

$$\begin{aligned}
&= \frac{3(x+1)}{x^2(x+1) + (x+1)} \\
&= \frac{3(x+1)}{(x^2+1)(x+1)} \\
&= \frac{3}{x^2+1}
\end{aligned}$$

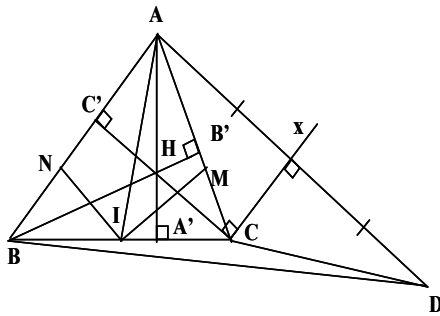
Q đạt GTLN $\Leftrightarrow x^2+1$ đạt GTNN

Mà $x^2+1 \geq 1$

$\Rightarrow x^2+1$ đạt GTNN là 1 khi $x=0$.

$\Rightarrow$ GTLN của C là 3 khi $x=0$.

Câu 5 (6 điểm): Vẽ hình đúng (0,5điểm)



$$a) \frac{S_{HBC}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot HA' \cdot BC}{\frac{1}{2} \cdot AA' \cdot BC} = \frac{HA'}{AA'}; \text{ (0,5điểm)}$$

$$\text{Tương tự: } \frac{S_{HAB}}{S_{ABC}} = \frac{HB'}{BB'}; \frac{S_{HAC}}{S_{ABC}} = \frac{HC'}{CC'} \quad (0,5\text{điểm})$$

$$\frac{HA'}{AA'} + \frac{HB'}{BB'} + \frac{HC'}{CC'} = \frac{S_{HBC}}{S_{ABC}} + \frac{S_{HAB}}{S_{ABC}} + \frac{S_{HAC}}{S_{ABC}} = 1 \quad (0,5\text{điểm})$$

b) Áp dụng tính chất phân giác vào các tam giác ABC, ABI, AIC:

$$\frac{BI}{IC} = \frac{AB}{AC}; \frac{AN}{NB} = \frac{AI}{BI}; \frac{CM}{MA} = \frac{IC}{AI} \quad (0,5\text{điểm})$$

$$\frac{BI}{IC} \cdot \frac{AN}{NB} \cdot \frac{CM}{MA} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{AI}{BI} \cdot \frac{IC}{AI} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{IC}{BI} = 1 \quad (0,5\text{điểm})$$

$$\Rightarrow BI \cdot AN \cdot CM = BN \cdot IC \cdot AM$$

c) Vẽ $Cx \perp CC'$. Gọi D là điểm đối xứng của A qua Cx (0,5điểm)

- Chứng minh được góc BAD vuông, $CD = AC$, $AD = 2CC'$ (0,5điểm)

- Xét 3 điểm B, C, D ta có: $BD \leq BC + CD$ (0,5điểm)

- $\triangle BAD$ vuông tại A nên: $AB^2 + AD^2 = BD^2$

$$\Rightarrow AB^2 + AD^2 \leq (BC + CD)^2 \quad (0,5\text{điểm})$$

$$AB^2 + 4CC'^2 \leq (BC+AC)^2$$

$$4CC'^2 \leq (BC+AC)^2 - AB^2$$

Tương tự: $4AA'^2 \leq (AB+AC)^2 - BC^2$

$$4BB'^2 \leq (AB+BC)^2 - AC^2 \quad (0,5\text{điểm})$$

-Chứng minh được : $4(AA'^2 + BB'^2 + CC'^2) \leq (AB+BC+AC)^2$

$$\Leftrightarrow \frac{(AB+BC+CA)^2}{AA'^2 + BB'^2 + CC'^2} \geq 4 \quad (0,5\text{điểm})$$

(Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow BC = AC, AC = AB, AB = BC \Leftrightarrow AB = AC = BC$
 $\Leftrightarrow \Delta ABC$ đều)