

Câu 1 (4,0 điểm)

a) Tính giá trị của biểu thức:

$$M = (x^9 + x - x^{2020})^{2021} \text{ với } x = \frac{(27 + 9\sqrt{10}) \cdot \sqrt[3]{37\sqrt{10} - 117}}{\sqrt{10} + \sqrt{91 - 18\sqrt{10}}}.$$

b) Rút gọn biểu thức:

$$N = \frac{1}{1 + \sqrt{11}} + \frac{1}{\sqrt{11} + \sqrt{21}} + \frac{1}{\sqrt{21} + \sqrt{31}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2011} + \sqrt{2021}}$$

Câu 2 (6,0 điểm)a) Giải phương trình: $\sqrt{6x^2 - 7x - 20} + 3\sqrt{2x - 5} - 2\sqrt{3x + 4} - 6 = 0.$ b) Cho 3 số dương x, y, z thỏa $x + y + z = 2.$ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{2}{x} + \frac{8}{9y} + \frac{18}{25z}.$ c) Cho phương trình: $x^3 + (2m - 5)x^2 + (m^2 - m + 7)x - m^2 - m - 3 = 0$ (m là tham số).Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có 3 nghiệm dương phân biệt.**Câu 3 (5,0 điểm)**

a) Cho 40 số nguyên dương thay đổi sao cho có tổng bằng 58. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của tổng các bình phương của chúng.

b) Giả sử ba số thực a, b, c thỏa mãn điều kiện $a > 0, bc = 3a^2, a + b + c = abc.$ Chứngminh rằng: $a \geq \sqrt{\frac{1 + 2\sqrt{3}}{3}}.$ **Câu 4 (5,0 điểm)** Cho tam giác ABC cân tại A , có đường tròn nội tiếp (I) . Các điểm E, F theo thứ tự thuộc các cạnh CA, AB (E khác C và A ; F khác B và A) sao cho EF tiếp xúc với đường tròn (I) tại điểm P . Gọi K, L lần lượt là hình chiếu vuông góc của E, F trên BC . Giả sử FK cắt EL tại điểm J . Gọi H là hình chiếu vuông góc của J trên BC .a) Chứng minh rằng HJ là phân giác của góc $\widehat{EHF}.$ b) Ký hiệu S_1, S_2 lần lượt là diện tích của tứ giác $BFJL$ và $CEJK$. Chứng minh rằng:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{BF^2}{CE^2}.$$

c) Gọi D là trung điểm cạnh BC . Chứng minh rằng ba điểm P, J, D thẳng hàng.

-----HẾT-----

Thí sinh không được sử dụng máy tính và tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Chữ ký giám thị 1:..... Chữ ký giám thị 2:.....