

Câu 1. (4 điểm) Phân tích các đa thức thành nhân tử:

- a) $x^2 - 2024x + 2023$
b) $(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3$

Câu 2. (4 điểm)

- a) Cho ba số x, y, z đôi một khác nhau thỏa mãn $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$.

Hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{yz}{x^2 + 2yz} + \frac{zx}{y^2 + 2zx} + \frac{xy}{z^2 + 2xy}$

- b) Cho ba số $a, b, c \neq 0$ thỏa mãn $a + b + c = 0$

Hãy tính giá trị của biểu thức: $B = \frac{a^2}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{b^2}{c^2 + a^2 - b^2} + \frac{c^2}{a^2 + b^2 - c^2}$

Câu 3. (4 điểm) Giải các phương trình

- a) $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$
b) $\frac{13-x}{2010} - 1 = \frac{2-x}{2021} - \frac{x}{2023}$

Câu 4. (6 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) có ba đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

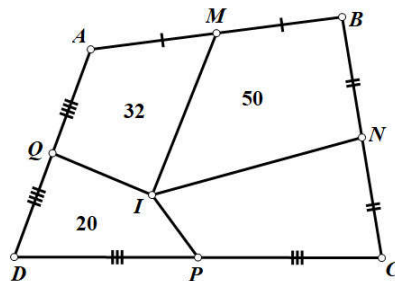
- a) Chứng minh: $\triangle BFC \sim \triangle BDA$ và $\widehat{BFD} = \widehat{ACB}$

- b) Tia EF cắt đường thẳng BC tại K. Chứng minh: $CD \cdot FK = CK \cdot FD$

c) Gọi M là trung điểm của BC. Qua M vẽ đường thẳng vuông góc với HM, đường thẳng này cắt các đường thẳng AB, AD, AC lần lượt tại P, Q, R. Chứng minh: $PQ = QR$.

Câu 5. (1 điểm) Hai địa điểm A và B cách nhau 200 km. Cùng một lúc một xe ô tô khởi hành từ A và một xe máy khởi hành từ B đi ngược chiều nhau. Xe ô tô và xe máy gặp nhau tại điểm C cách A 120 km. Nếu xe ô tô khởi hành sau xe máy một giờ thì sẽ gặp nhau tại điểm D cách C một khoảng là bao nhiêu km? Biết rằng vận tốc của xe ô tô lớn hơn vận tốc của xe máy là 20 km/h.

Câu 6. (1 điểm) Cho tứ giác ABCD có các điểm M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA. Gọi I là điểm nằm trong tứ giác ABCD. Tính diện tích tứ giác ABCD biết $S_{AMIQ} = 32 \text{ (cm}^2\text{)}$, $S_{BMIN} = 50 \text{ (cm}^2\text{)}$ và $S_{DPIQ} = 20 \text{ (cm}^2\text{)}$



---Hết---

(Thí sinh không sử dụng tài liệu, Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

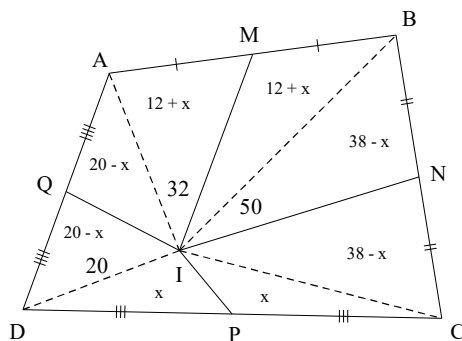
Họ và tên thí sinh:Số báo danh:

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ 1
KỲ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 8 – MÔN TOÁN – NĂM HỌC 2022 – 2023

Câu	Nội dung	Biểu điểm
1a	Phân tích đa thức thành nhân tử a) $x^2 - 2024x + 2023 = x^2 - x - 2023x + 2023 = x(x - 1) - 2023(x - 1)$ $= (x - 1)(x - 2023)$	1+0,5 0,5
1b	b) $(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3$ Đặt $a = x - y$; $b = y - z$; $c = z - x \Rightarrow a + b + c = 0 \Rightarrow a + b = -c$ $\Rightarrow (a + b)^3 = -c^3 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ Vậy $(x - y)^3 + (y - z)^3 + (z - x)^3 = 3(x - y)(y - z)(z - x)$	0,5 0,5x2 0,5
2a	Cho ba số x ; y ; z đôi một khác nhau thỏa mãn $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$. Tính: $A = \frac{yz}{x^2 + 2yz} + \frac{zx}{y^2 + 2zx} + \frac{xy}{z^2 + 2xy}$ ĐK: $x, y, z \neq 0$. Ta có $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{yz + xz + xy}{xyz} = 0 \Rightarrow xy + yz + zx = 0$ $\Rightarrow yz = -xz - xy$; $xy = -yz - zx$; $zx = -xy - yz$ $\frac{yz}{x^2 + 2yz} = \frac{yz}{x^2 + yz - xy - zx} = \frac{yz}{x(x - y) - z(x - y)} = \frac{yz}{-(x - y)(z - x)} = \frac{-yz}{(x - y)(z - x)}$ Tương tự $\frac{zx}{y^2 + 2zx} = \frac{-zx}{(y - z)(x - y)}$ và $\frac{xy}{z^2 + 2xy} = \frac{-xy}{(z - x)(y - z)}$ $A = \frac{-yz}{(x - y)(z - x)} + \frac{-zx}{(y - z)(x - y)} + \frac{-xy}{(z - x)(y - z)} = \frac{-yz(y - z) - zx(z - x) - xy(x - y)}{(x - y)(y - z)(z - x)}$ $= \frac{-[yz(y - z) + zx(z - x) + xy(x - y)]}{(x - y)(y - z)(z - x)} = \frac{-[yz(y - z) + zx(z - y + y - x) + xy(x - y)]}{(x - y)(y - z)(z - x)}$ $= \frac{-[yz(y - z) - zx(y - z) - zx(x - y) + xy(x - y)]}{(x - y)(y - z)(z - x)} = \frac{-[(y - z)(yz - zx) + (x - y)(xy - zx)]}{(x - y)(y - z)(z - x)}$ $= \frac{-[-(y - z)z(x - y) + (x - y)x(y - z)]}{(x - y)(y - z)(z - x)} = \frac{(x - y)(y - z)(z - x)}{(x - y)(y - z)(z - x)} = 1$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,5 0,5
2b	Cho ba số $a, b, c \neq 0$ thỏa mãn $a + b + c = 0$ Tính $B = \frac{a^2}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{b^2}{c^2 + a^2 - b^2} + \frac{c^2}{a^2 + b^2 - c^2}$ Ta có $a + b + c = 0 \Leftrightarrow b + c = -a \Leftrightarrow (b + c)^2 = a^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 = -2bc$ Tương tự $c^2 + a^2 - b^2 = -2ca$; $a^2 + b^2 - c^2 = -2ab$ Mặt khác $a + b + c = 0 \Leftrightarrow a + b = -c \Leftrightarrow (a + b)^3 = -c^3$ $\Leftrightarrow a^3 + b^3 + c^3 = -3ab(a + b) \Leftrightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ $B = \frac{a^2}{-2bc} + \frac{b^2}{-2ca} + \frac{c^2}{-2ab} = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{-2abc} = \frac{3abc}{-2abc} = \frac{-3}{2}$	0,5 0,5 0,5x2
3a	a) $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$ $\Leftrightarrow x^4 - 2x^3 + 4x^3 - 8x^2 + x^2 - 2x - 6x + 12 = 0$ $\Leftrightarrow x^3(x - 2) + 4x^2(x - 2) + x(x - 2) - 6(x - 2) = 0$ $\Leftrightarrow (x - 2)(x^3 + 4x^2 + x - 6) = 0$ $\Leftrightarrow (x - 2)(x^3 - x^2 + 5x^2 - 5x + 6x - 6) = 0$ $\Leftrightarrow (x - 2)[x^2(x - 1) + 5x(x - 1) + 6(x - 1)] = 0$ $\Leftrightarrow (x - 2)(x - 1)(x^2 + 5x + 6) = 0$ $\Leftrightarrow (x - 2)(x - 1)(x^2 + 2x + 3x + 6) = 0$	0,5 0,5

	$\Leftrightarrow (x-2)(x-1)[x(x+2)+3(x+2)]=0$ $\Leftrightarrow (x-2)(x-1)(x+2)(x+3)=0$ $\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=2$ hoặc $x=-2$ hoặc $x=-3$	0,5 0,5
3b	$\frac{13-x}{2010}-1=\frac{2-x}{2021}-\frac{x}{2023} \Leftrightarrow 1+\frac{13-x}{2010}=1+\frac{2-x}{2021}+1-\frac{x}{2023}$ $\Leftrightarrow \frac{2023-x}{2010}=\frac{2023-x}{2021}+\frac{2023-x}{2023} \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow (2023-x)\left(\frac{1}{2010}-\frac{1}{2021}-\frac{1}{2023}\right)=0$ $\Leftrightarrow 2023-x=0$ vì $\frac{1}{2010}-\frac{1}{2021}-\frac{1}{2023} \neq 0$ $\Leftrightarrow x=2023$	0,5 0,5 0,5 0,5
4a	Chứng minh được $\triangle BFC \sim \triangle BDA$ (gg) Chứng minh được $\triangle BFD \sim \triangle BCA$ (cgc) $\Rightarrow \widehat{BFD} = \widehat{BCA}$ (góc t/ư)	1 1
4b	Chứng minh được $\triangle AFE \sim \triangle ACB$ (cgc) $\Rightarrow \widehat{AFE} = \widehat{ACB}$ (góc t/ư) Mà $\widehat{BFD} = \widehat{ACB}$ (cmt), $\widehat{AFE} = \widehat{KFB}$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \widehat{KFB} = \widehat{BFD}$ $\Rightarrow FB$ là phân giác trong của $\triangle KFD$; Có $FB \perp FC$ ($CF \perp AB$) $\Rightarrow FC$ là phân giác ngoài của $\triangle KFD$ $\Rightarrow \frac{CD}{CK} = \frac{FD}{FK} \Rightarrow CD.FK = CK.FD$	1 1
4c	Chứng minh được $\triangle BMH \sim \triangle AQR$ (gg) $\Rightarrow \frac{HM}{QR} = \frac{BM}{AQ}$ (1) Chứng minh được $\triangle CMH \sim \triangle AQP$ (gg) $\Rightarrow \frac{CM}{AQ} = \frac{HM}{PQ}$ (2) mà $BM = CM$ (3) Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \frac{HM}{PQ} = \frac{HM}{QR} \Rightarrow PQ = QR$	1 0,5 0,5
5	Gọi x (km/h) là vận tốc ô tô ($x > 20$) Vận tốc xe máy $x - 20$ (km/h) Thời gian ô tô đi từ A đến C: $\frac{120}{x}$ (h), thời gian xe máy đi từ B đến C: $\frac{80}{x-20}$ (h) Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{120}{x} = \frac{80}{x-20} \Rightarrow 120(x-20) = 80x \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = 60$ (nhận) Vậy vận tốc ô tô là 60 (km/h), vận tốc xe máy là $60 - 20 = 40$ (km/h) Gọi t (h) là thời gian xe máy đi từ B đến D ($t > 1$) Thời gian ô tô đi từ A đến D là $t - 1$ (h) Theo đề bài ta có phương trình: $60(t-1) + 40t = 200 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow t = 2,6$ (nhận) Quãng đường từ B đến D là: $40.2,6 = 104$ (km) Khoảng cách giữa D và C là: $104 - 80 = 24$ (km)	0,25x2 0,25 0,25

6



M là trung điểm của AB $\Rightarrow MA = MB \Rightarrow S_{AIM} = S_{BIM}$ (chung đường cao kẻ từ I)

Tương tự $\Rightarrow S_{BIN} = S_{CIN}$; $S_{CIP} = S_{DIP}$; $S_{DIQ} = S_{AIQ}$

Gọi $S_{CIP} = S_{DIP} = x \Rightarrow S_{DIQ} = S_{AIQ} = 20 - x \Rightarrow S_{AIM} = S_{BIM} = 32 - (20 - x) = 12 + x$

$S_{BIN} = S_{CIN} = 50 - (12 + x) = 38 - x$

$\Rightarrow S_{CNIP} = S_{CIP} + S_{CNI} = x + 38 - x = 38 \text{ (cm}^2\text{)}$

Vậy $S_{ABCD} = S_{AMIQ} + S_{BMIN} + S_{CNIP} + S_{DP IQ} = 32 + 50 + 38 + 20 = 140 \text{ (cm}^2\text{)}$

0,5

0,5

Lưu ý: Học sinh có cách giải khác, chính xác giáo viên cho trọn điểm.

---Hết---