

Câu 1. (2,0 điểm). Tính giá trị của biểu thức:

a) $\frac{-5}{13} \sqrt{\frac{49}{81}} + \frac{5}{9} \cdot \frac{-6}{13} - \frac{4}{9}$

b) $\frac{4047}{2024} - \frac{2023}{2024} : \left(\frac{0,4 - \frac{2}{11} + \frac{2}{13}}{1,4 - \frac{7}{11} + \frac{7}{13}} + \frac{2,5 - \frac{5}{3} + 1,25}{3,5 - 2\frac{1}{3} + 1,75} \right)$

c) $B = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{20}(1+2+3+\dots+20)$

Câu 2. (2,0 điểm)

a) Tìm x, y, z biết: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{6}$ và $3x - 2y + z = 10$

b) Cho đa thức $F(x) = ax^2 + bx + c$ trong đó a, b, c là các số hữu tỉ biết. Biết rằng $F(0); F(1); F(2)$ đều có giá trị nguyên. Chứng minh rằng $2a$ là số nguyên.

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Cho a, b, c, d là các số nguyên dương thỏa mãn: $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$. Chứng minh rằng: $a + b + c + d$ là hợp số.

b) Tìm các số a, b nguyên dương biết $\frac{a}{4} - \frac{1}{b} = \frac{1}{2}$

Câu 4. (3,0 điểm). Cho tam giác ABC cân tại A, có ba góc đều là góc nhọn. Về phía ngoài của tam giác ABC vẽ các tam giác vuông cân: ABE vuông cân tại B, ACF vuông cân tại C. Kẻ đường cao AH, trên tia đối của tia AH lấy điểm I sao cho AI = BC. Chứng minh:

a) $\widehat{EAH} = \widehat{FAH}$

b) BI = CE và BI vuông góc với CE.

c) Ba đường thẳng AH, CE, BF đồng quy.

Câu 5. (1,0 điểm). Cho các số x, y, z, t khác 0 thỏa mãn:

$$\frac{2x+y+z+t}{x} = \frac{x+2y+z+t}{y} = \frac{x+y+2z+t}{z} = \frac{x+y+z+2t}{t}$$

Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x+y}{z+t} + \frac{y+z}{t+x} + \frac{z+t}{x+y} + \frac{t+x}{y+z}$

----- Hết -----