

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

ĐỀ BÀI

(Đề bài gồm 05 câu)

Câu 1: (4,0 điểm). Cho biểu thức

$$A = \left(\frac{2}{\sqrt{x}-2} - \frac{5\sqrt{x}-7}{2x-3\sqrt{x}-2} + \frac{3}{2\sqrt{x}+1} \right) : \frac{2\sqrt{x}+3}{5x-10\sqrt{x}}$$

a) Rút gọn biểu thức A .

b) Tìm x sao cho A nhận giá trị là một số nguyên.

Câu 2: (4,0 điểm).

2.1. Tìm các cặp số nguyên x, y thỏa mãn: $x^2 - 2xy + 3x - 5y + 7 = 0$.

2.2. Giải phương trình sau: $2x^2 - 5x + 2 = 5\sqrt{(x^2 - x - 20)(x + 1)}$.

Câu 3: (5,0 điểm).

3.1. Cho phương trình: $x^2 - 2(m-2)x - 2m = 0$ với x là ẩn số. Tìm giá trị của m để hai nghiệm x_1, x_2 của phương trình thỏa hệ thức $x_2 - x_1 = x_1^2$.

3.2. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - xy - 3 = 0 \\ x^3 + y^3 - x^2 + 2xy - 2x - 5y = 0. \end{cases}$$

Câu 4: (5,0 điểm).

Cho đường tròn tâm O đường kính $BC = 2R$ cố định. Điểm A di động trên (O) sao cho A khác B và C . Gọi M là điểm đối xứng của A qua B ; điểm H là hình chiếu của A trên BC và I là trung điểm của HC .

a) Chứng minh rằng $AH \cdot CA = AM \cdot CI$.

b) Chứng minh rằng $HM \perp AI$.

c) Đường thẳng MH cắt (O) tại E và F ($ME < MF$). Đường thẳng AI cắt (O) tại điểm thứ hai là G . Chứng minh rằng $AF^2 + FG^2 + GE^2 + EA^2$ không đổi.

Câu 5: (2,0 điểm).

5.1. Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \left(\sqrt{\frac{ab}{a+b}} + \sqrt{\frac{bc}{b+c}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{a+b}} + \frac{1}{\sqrt{b+c}} \right)$$

5.2. Trong hình vuông cạnh bằng 1 ta đặt 101 điểm phân biệt bất kì. Chứng minh rằng có ít nhất 5 trong số 101 điểm đó nằm trong một hình tròn bán kính $\frac{1}{7}$.

Hết

(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh:.....SBD:.....