

Bài I (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{4}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$.

3) Đặt $M = A.B$. So sánh M với 1.

Bài II (2,5 điểm)

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi là 52 mét. Nếu tăng chiều dài thêm 2 mét và giảm chiều rộng đi 3 mét thì diện tích mảnh vườn giảm 34 m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng ban đầu của mảnh vườn đó.

2) Người ta thiết kế một chiếc đèn thả bằng nhôm như hình bên. Phần chụp đèn là một hình nón có đường kính đáy là 24 cm, độ dài đường sinh là 30 cm. Tính diện tích nhôm cần dùng để làm một chiếc chụp đèn như vậy.

(Lấy $\pi \approx 3,14$; làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



Bài III (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{3}{x-4} + 2(y+1) = 7 \\ \frac{4}{x-4} - (y+1) = 2 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $(d): y = mx - m + 2$ và parabol $(P): y = x^2$

a) Chứng minh đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 3$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ AB chứa nửa đường tròn, kẻ Ax, By là tiếp tuyến với nửa đường tròn tại A và B . Từ điểm C trên tia Ax , kẻ tiếp tuyến thứ hai với nửa đường tròn tại D . Nối C với B cắt nửa đường tròn tại F . Gọi E là giao điểm của OC và AD .

1) Chứng minh tứ giác $ACDO$ nội tiếp.

2) Chứng minh $CF.CB = CE.CO$.

3) Gọi K là giao điểm của CD với tia By . Nối CB cắt AK tại N , DN cắt AB tại H .

Chứng minh N là trung điểm của DH .

Bài V (0,5 điểm)

Cho $a, b, c > 0$ và $a + b + c = 2$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \sqrt{3a^2 + 2ab + 3b^2} + \sqrt{3b^2 + 2bc + 3c^2} + \sqrt{3c^2 + 2ca + 3a^2}$.

----- Hết -----