

Bài 1. (3,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{2x+5}{x-2}$ và $B = \frac{x-3}{x^2-1} + \frac{x}{x-1} - \frac{5}{x+1}$ với $x \neq 1, x \neq -1, x \neq 2$.

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 5$.
- 2) Rút gọn biểu thức B .
- 3) Tìm tất cả các giá trị không âm của x để biểu thức $P = A.B$ đạt giá trị nguyên.

Bài 2. (2,0 điểm)

1) Tìm tất cả các giá trị của x biết $(2x-1)^3 - (x-2)^3 - (x-1)^3 = 8$.

2) Cho đa thức $P(x) = x^3 + ax + b$ có nghiệm $1 + \sqrt{2}$ với a, b là các số hữu tỉ. Chứng minh rằng $P(x)$ chia hết cho đa thức $x^2 - 2x - 1$.

Bài 3. (1,0 điểm)

Một hộp có 100 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số $1, 2, 3, \dots, 99, 100$ (hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp, hãy tính xác suất của biến cố: “Số trên thẻ được rút ra là số có tổng các chữ số bằng 9”.

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho hình vuông $ABCD$, lấy các điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Gọi E, F lần lượt là chân đường cao hạ từ B và D lên CM . K là giao điểm của DF với BC .

- 1) Chứng minh K là trung điểm của BC .
- 2) Chứng minh $AD = AF$.
- 3) Gọi P là giao điểm của AN và DK , Q là giao điểm của BF và DC . Chứng minh PQ đi qua trung điểm của AD .
- 4) Giả sử hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a , tính diện tích tam giác NEF theo a .

Bài 5. (0,5 điểm)

Với các số thực a, b, c thỏa mãn $0 < a < b \leq c \leq 1$ và $4a + b + c \leq 4$, chứng minh

$$a^2 + b^2 + c^2 \leq \frac{9}{4}.$$

-----HẾT-----