

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (4,0 điểm)

a, Rút gọn biểu thức $A = \left(\frac{10x - 5}{x^2 - 9} - \frac{3 - x}{x + 3} \right) : \frac{x + 2}{x + 3}$ với $x \neq 2; x \neq \pm 3$

b, Chứng minh rằng: $Q = n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 : 9$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$

c, Giải phương trình nghiệm nguyên: $x^2 + 2y^2 + 2xy + y = 2$

Câu 2: (6,0 điểm)

a, Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(xy + 3x - y) = 0 \\ x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0 \end{cases}$$

b, Tìm đa thức $f(x)$ biết: $f(x)$ chia cho $(x - 3)$ dư 8; $f(x)$ chia cho $(x - 2)$ dư 5; $f(x)$ chia cho $(x^2 - 5x + 6)$ được thương là $3x$ và còn dư.

c, Cho a, b, c thỏa mãn: $(3a - 2b)^2 + |4b - 3c| \leq 0$.

Tính giá trị của biểu thức: $Q = \frac{a^4 + b^4 + c^4}{5a^2bc}$

Câu 3: (6,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A . Vẽ đường cao AH (H thuộc BC). Trên tia đối của tia BC lấy điểm K sao cho $KH = HA$. Qua K kẻ đường thẳng song song với AH cắt đường thẳng AC tại P .

a, Chứng minh: $HK^2 = BH \cdot HC$

b, Gọi Q là trung điểm của BP . Chứng minh: ΔBHQ đồng dạng với ΔBPC

c, Tia AQ cắt BC tại I . Chứng minh: $AH \cdot BI - BC \cdot BH = BH \cdot BI$

Câu 4: (1,0 điểm)

Tại một quán ăn, lúc đầu có 50 khách hàng trong đó có 30 khách hàng là nam. Sau 1 giờ, quán ăn có 12 khách hàng nam ra về và 25 khách hàng mới đến là nữ, chọn ngẫu nhiên một khách hàng trong quán ăn tại thời điểm này, tính xác suất để chọn được một khách hàng là nữ?

Câu 5: (2,0 điểm)

Đầu năm 2022, bác Nam đến ngân hàng BIDV chi nhánh Phú Diễn tại huyện Anh Sơn để gửi một số tiền tiết kiệm với lãi suất 6,0%/năm (Lãi kép theo định kỳ). Sau tròn 2 năm gửi số tiền cả gốc và lãi bác nhận được là 56 180 000 đồng. Hỏi số tiền ban đầu bác Nam gửi vào ngân hàng là bao nhiêu?

Câu 6: (1,0 điểm)

Cho a, b, c thỏa mãn: $0 \leq a, b, c \leq 1$. Chứng minh rằng: $a + b^2 + c^3 - ab - bc - ca \leq 1$

----- HẾT -----