

Bài 1. (2,0 điểm) Cho biểu thức: $B = \frac{2\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{\sqrt{x}+2} + \frac{4}{x-4}$ (với $x \geq 0; x \neq 4$)

a) Rút gọn biểu thức B.

b) Tìm giá trị của x để biểu thức B có giá trị bằng 1.

Bài 2. (2,0 điểm) Cho phương trình: $x^2 - mx + m - 2 = 0$ (với m là tham số) (i)

a) Với giá trị nào của m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2, khi đó tìm nghiệm còn lại.

b) Chứng tỏ phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị của m để các nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = -1$.

Bài 3. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị là parabol (P).

a) Tìm giá trị của m sao cho điểm $C(-2; m)$ thuộc parabol (P).

b) Gọi A, B là các giao điểm của đường thẳng $y = x + \frac{3}{2}$ và parabol (P), biết hoành độ của điểm A nhỏ hơn hoành độ của điểm B. So sánh OB với $3\sqrt{3}.OA$ (với O là gốc tọa độ).

Bài 4. (3,5 điểm)

1. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB, điểm C nằm giữa hai điểm O và A, đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn tâm O tại I. Gọi K là một điểm bất kỳ nằm trên đoạn thẳng CI (K khác C và I), tia AK cắt nửa đường tròn tâm O tại điểm M, tia BM cắt tia CI tại điểm D. Gọi N là giao điểm của AD và nửa đường tròn tâm O.

a) Chứng minh rằng: Tứ giác ACMD nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh rằng: $CA.CB = CK.CD$.

c) Chứng minh rằng: MA là phân giác $\widehat{CMN}$.

d) Khi K di chuyển trên đoạn thẳng CI. Chứng minh rằng: Đường tròn ngoại tiếp tam giác AKD có tâm nằm trên một đường thẳng cố định.

2. Tính diện tích xung quanh của một hình nón, biết đường kính đáy là 40cm và độ dài đường sinh là 30 cm (lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài 5. (0,5 điểm)

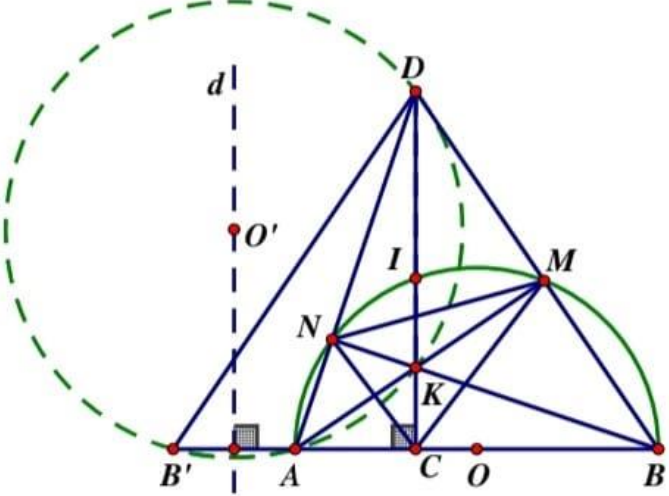
Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn hệ thức: $a + b + c = 6abc$.

Chứng minh rằng: $\frac{bc}{a^3(c+2b)} + \frac{ca}{b^3(a+2c)} + \frac{ab}{c^3(b+2a)} \geq 2$

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ BIỂU ĐIỂM
MÔN TOÁN 9
(Gồm 04 trang)

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
1		Cho biểu thức $B = \frac{2\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}-2} - \frac{4}{\sqrt{x}+2} + \frac{4}{x-4}$ (với $x \geq 0; x \neq 4$) a) Rút gọn biểu thức B. b) Tìm giá trị của x để biểu thức B có giá trị bằng 1.	2,0
	1.a)	ĐK: $x \geq 0; x \neq 4$ $B = \frac{(2\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - \frac{4(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$	0,50
		$B = \frac{2x-5\sqrt{x}+4\sqrt{x}-10-(4\sqrt{x}-8)+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$B = \frac{2x-5\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{(\sqrt{x}-2)(2\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$ Vậy với $x \geq 0; x \neq 4$, $B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$	0,25
	1.b)	Với $x \geq 0; x \neq 4$. Ta có: $B = 1 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} = 1 \text{ suy ra } 2\sqrt{x}-1 = \sqrt{x}+2$	0,25
		$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9 \text{ (thỏa mãn điều kiện } x \geq 0; x \neq 4)$	0,25
		Vậy B có giá trị bằng 1 khi $x = 9$	0,25
2.		Cho phương trình: $x^2 - mx + m - 2 = 0$ (với m là tham số) (1) a) Với giá trị nào của m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 2, khi đó tìm nghiệm còn lại. b) Chứng tỏ phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị của m để các nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = -1$.	2,0
	a)	Phương trình (1) có một nghiệm bằng 2, ta thay $x = 2$ vào phương trình (1) ta được: $2^2 - m.2 + m - 2 = 0$.	0,25
		$2 - m = 0 \Leftrightarrow m = 2$	0,25
		Có $x_1; x_2$ là các nghiệm của phương trình. Theo hệ thức Vi-ét: $x_1x_2 = m - 2$ hay $x_1x_2 = 0$	0,25
		Giả sử $x_1 = 2$ ta có: $2.x_2 = 0 \Leftrightarrow x_2 = 0$	
		Vậy phương trình (1) có một nghiệm bằng 2 khi $m = 2$ và nghiệm còn lại bằng 0.	0,25

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
	b)	Xét $\Delta = (-m)^2 - 4(m-2) = m^2 - 4m + 8 = (m-2)^2 + 4$	0,25
		Vì $\forall m$ ta có: $(m-2)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 + 4 \geq 4 > 0 \Rightarrow \Delta > 0$. Chứng tỏ phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với $\forall m$.	0,25
		Theo hệ thức Vi-ét $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 2 \end{cases}$ Nên $x_1 + x_2 + 2x_1 x_2 = -1 \Leftrightarrow m + 2(m-2) = -1$ $\Leftrightarrow 3m - 4 = -1 \Leftrightarrow m = 1$	0,25
		Vậy phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 + x_2 + 2x_1 x_2 = -1$ thì $m = 1$	0,25
3		Bài 3 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ có đồ thị là parabol (P). a) Tìm giá trị của m sao cho điểm $C(-2; m)$ thuộc parabol (P) b) Gọi A, B là các giao điểm của đường thẳng $y = x + \frac{3}{2}$ và parabol (P), biết hoành độ của điểm A nhỏ hơn hoành độ của điểm B. So sánh OB với $3\sqrt{3}.OA$ (với O là gốc tọa độ).	2,0
	a)	Điểm $C(-2; m)$ thuộc parabol (P) thì $x = -2; y = m$ thỏa mãn hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.	0,25
		$\Rightarrow m = \frac{1}{2}(-2)^2 = 2$	0,25
		Vậy điểm $C(-2; m)$ thuộc parabol (P) thì $m = 2$	0,25
	b)	Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = x + \frac{3}{2}$ với parabol (P) là nghiệm của phương trình: $\frac{1}{2}x^2 = x + \frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$ Có $a - b + c = 1 - (-2) + (-3) = 0 \Rightarrow x_1 = -1; x_2 = 3$ Vì hoành độ điểm A nhỏ hơn hoành độ điểm B. Với $x = x_1 = -1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(-1)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow A\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ Với $x = x_2 = 3 \Rightarrow y = \frac{1}{2}.3^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow B\left(3; \frac{9}{2}\right)$ $\Rightarrow$ Đường thẳng $y = x + \frac{3}{2}$ và parabol (P) cắt nhau tại $A\left(-1; \frac{1}{2}\right); B\left(3; \frac{9}{2}\right)$	0,25
		Chỉ ra được: $OA = \sqrt{(-1)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ (đvdd) $\Rightarrow 3\sqrt{3}.OA = \frac{3\sqrt{15}}{2}$ (đvdd) $OB = \sqrt{3^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{117}}{2} = \frac{3\sqrt{13}}{2}$ (đvdd)	0,25
		Do $15 > 13 > 0$ nên $\sqrt{15} > \sqrt{13} \Rightarrow \frac{3\sqrt{15}}{2} > \frac{3\sqrt{13}}{2} \Rightarrow 3\sqrt{3}.OA > OB$	0,25

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
4.		1. Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB, điểm C nằm giữa hai điểm O và A, đường thẳng vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn tâm O tại I. Gọi K là một điểm bất kỳ nằm trên đoạn thẳng CI (K khác C và I), tia AK cắt nửa đường tròn tâm O tại điểm M, tia BM cắt tia CI tại điểm D. Gọi N là giao điểm của AD và nửa đường tròn tâm O. a) Chứng minh rằng: Tứ giác ACMD nội tiếp đường tròn. b) Chứng minh rằng: $CA.CB = CK.CD$. c) Chứng minh rằng: MA là phân giác $\widehat{CMN}$. d) Khi K di chuyển trên đoạn thẳng CI. Chứng minh rằng: Đường tròn ngoại tiếp tam giác AKD có tâm nằm trên một đường thẳng cố định. 2. Tính diện tích xung quanh của một hình nón, biết đường kính đáy là 40cm và độ dài đường sinh là 30 cm (lấy $\pi \approx 3,14$).	3,50
			
a)		Có $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm O) $\Rightarrow \widehat{AMD} = 90^\circ$ (kề bù với $\widehat{AMB} = 90^\circ$) Có $DC \perp AB \Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{KCB} = 90^\circ$	0,25 0,25
		Xét tứ giác ACMD có: $\widehat{ACD} = \widehat{AMD} = 90^\circ$ (cmt)	0,25
		$\Rightarrow C, M$ cùng thuộc đường tròn đường kính AD (quỹ tích cung chứa góc) $\Rightarrow$ Tứ giác ACMD nội tiếp đường tròn đường kính AD.	0,25
b)		Tứ giác ACMD nội tiếp đường tròn đường kính AD: $\Rightarrow \widehat{CAM} = \widehat{CDM}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn $\widehat{CM}$) hay $\widehat{CAK} = \widehat{CDB}$	0,25
		Xét $\triangle ACK$ và $\triangle DCB$ có: $\left. \begin{array}{l} \widehat{ACK} = \widehat{DCB} = 90^\circ \\ \widehat{CAK} = \widehat{CDB} \text{ (cmt)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ACK \sim \triangle DCB \text{ (g.g)}$	0,5
		$\Rightarrow \frac{CA}{CD} = \frac{CK}{CB} \Rightarrow CA.CB = CD.CK$	0,25
c)		* Có $\widehat{AMD} = 90^\circ \Rightarrow AM \perp BD$ Nên K là trực tâm của $\triangle ABD$ (vì K là giao điểm của hai đường cao DC và AM) $\Rightarrow BK \perp AD$ * Có $\widehat{ANB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow BN \perp AD$. Suy ra $BK \equiv BN$ hay N, K, B thẳng hàng. $\Rightarrow KN \perp AD$	0,25

Bài	Ý	Nội dung	Điểm
		* Tứ giác ACMD nội tiếp được đường tròn (câu a) $\Rightarrow \widehat{AMC} = \widehat{ADC} \text{ (cùng chắn } \widehat{AC}) \quad (1)$ * Tứ giác KMDN có $\widehat{KMD} + \widehat{KND} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ (tổng hai góc đối) $\Rightarrow \text{Tứ giác KMDN nội tiếp đường tròn đường kính DK}$ $\Rightarrow \widehat{KMN} = \widehat{KDN} \text{ (cùng chắn } \widehat{KN}) \quad (2)$ * Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{KMC} = \widehat{KMN} \Rightarrow MK$ là tia phân giác của $\widehat{NMC}$	0,25
	d)	* Lấy B' đối xứng với B qua DC $\Rightarrow \widehat{DBC} = \widehat{DB'C}$ (tính chất đối xứng) * Có $\widehat{CKM} = \widehat{AKD}$ (đối đỉnh) * Có tứ giác BCKM nội tiếp (vì $\widehat{BCK} = \widehat{BMK} = 90^\circ$) $\Rightarrow \widehat{DBC} + \widehat{MKC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{DB'A} + \widehat{DKA} = 180^\circ.$ $\Rightarrow \text{Tứ giác AKDB' nội tiếp đường tròn.}$ Gọi O' là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle AKD$ thì O' cũng là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác AKDB' $\Rightarrow O'$ thuộc đường trung trực d của đoạn thẳng AB'. Mà A, B, C cố định nên B' cố định $\Rightarrow$ đường thẳng d cố định. Vậy tâm O' của đường tròn ngoại tiếp $\triangle AKD$ luôn nằm trên đường thẳng d là trung trực của đoạn thẳng AB' cố định.	0,25
	2.	Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi r l. \text{ (r là độ dài bán kính, l là độ dài đường sinh).}$	0,25
		Có đường kính d = 40 cm $\Rightarrow r = 20$ cm Có l = 30 cm $S_{xq} = 3,14.20.30 = 1884 \text{ (cm}^2\text{)}$ Vậy diện tích xung quanh của hình nón là: 1884 cm².	0,25
5.		Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn hệ thức $a + b + c = 6abc$. Chứng minh rằng: $\frac{bc}{a^3(c+2b)} + \frac{ca}{b^3(a+2c)} + \frac{ab}{c^3(b+2a)} \geq 2$ Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2 số dương, ta có: $\frac{bc}{a^3(c+2b)} + \frac{c+2b}{9abc} \geq 2\sqrt{\frac{bc}{a^3(c+2b)} \cdot \frac{c+2b}{9abc}} = \frac{2}{3a^2}$ Tương tự, ta có: $\frac{ca}{b^3(a+2c)} + \frac{a+2c}{9abc} \geq \frac{2}{3b^2}; \frac{ab}{c^3(b+2a)} + \frac{b+2a}{9abc} \geq \frac{2}{3c^2}$ $\Rightarrow \frac{bc}{a^3(c+2b)} + \frac{ca}{b^3(a+2c)} + \frac{ab}{c^3(b+2a)} + \frac{a+b+c}{3abc} \geq \frac{2}{3} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right)$ $\geq \frac{2}{3} \left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} \right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{a+b+c}{abc}$ Nên: $\frac{bc}{a^3(c+2b)} + \frac{ca}{b^3(a+2c)} + \frac{ab}{c^3(b+2a)} \geq \frac{a+b+c}{3abc} = \frac{6abc}{3abc} = 2$	0,5
		Tìm được dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = \frac{\sqrt{2}}{2}$	0,25

Ghi chú: - Khi chấm bài, giám khảo cần vận dụng linh hoạt đáp án, biểu điểm.

- Mọi cách giải hợp lý vẫn cho điểm tối đa, hình vẽ phải đúng và khớp với chứng minh mới cho điểm.

- Điểm toàn bài là tổng điểm thành phần các câu, được làm tròn đến 0,5 điểm.

---- HẾT ----