

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (2,0 điểm):

a) So sánh hai số sau: 4^{127} và 81^{43}

b) Tìm số nguyên x thỏa mãn: $\frac{3}{1} + \frac{3}{3} + \frac{3}{6} + \frac{3}{10} + \dots + \frac{3}{x(x+1)} : 2 = \frac{2015}{336}$

Bài 2 (2,0 điểm) Cho phân số $A = \frac{6n+1}{4n+3}$ (với n nguyên).

a) Tìm giá trị n nguyên âm để A có giá trị là số nguyên

b) Tìm giá trị n để A là phân số không rút gọn được.

Bài 3 (2,5 điểm):

a) Tìm các cặp giá trị x, y nguyên thỏa mãn: $\frac{x}{8} - \frac{2}{2y+3} = \frac{7}{12}$

b) Cho phép toán $*$ thỏa mãn: với hai số tự nhiên a và b ta có: $a*b = 3a + b^a$

Tìm các số nguyên tố x, y sao cho $2*x + y*4 - 8$ cũng là số nguyên tố.

Bài 4 (2,5 điểm): Cho 3 điểm B, C, D nằm trên đường thẳng xy (C nằm giữa B và D) và điểm A nằm ngoài xy sao cho $\angle BAC = 50^\circ$; $\angle CAD = 65^\circ$. Kẻ tia Az là tia phân giác của góc BAC cắt xy tại điểm E .

a) Tính số đo góc EAD và cho biết góc EAD là góc gì?

b) Từ điểm A vẽ thêm 50 tia phân biệt không đi qua B, C, D, E . Hỏi có bao nhiêu góc đỉnh A được tạo thành.

c) Trên tia BA lấy thêm 3 điểm phân biệt M, N, P không trùng với B và A . Hỏi có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh là 3 trong 8 đỉnh A, B, C, D, E, M, N, P ?

Bài 5 (1,0 điểm):

Một quả bóng đá được khâu từ 32 miếng da. Mỗi miếng ngũ giác màu đen khâu với 5 miếng màu trắng, và mỗi miếng màu trắng khâu với 3 miếng màu đen, như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu miếng màu trắng?



-----Hết-----

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

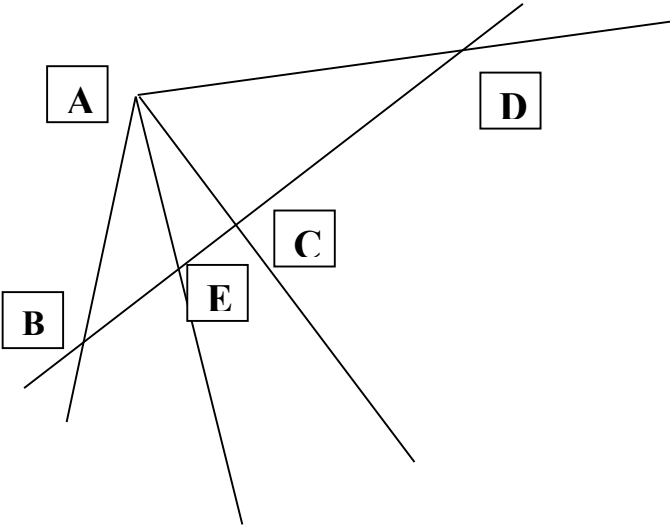
Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Lưu ý: Sau đây chỉ là gợi ý một cách giải và dự kiến cho điểm tương ứng, nếu thí sinh giải bằng cách khác và đúng, các giám khảo dựa trên gợi ý cho điểm của hướng dẫn chấm để thống nhất cách cho điểm. Câu 4 học sinh không vẽ hình (hoặc vẽ hình sai) thì không cho điểm. Tổ chấm có thể thống nhất chia điểm đến mức nhỏ hơn trong hướng dẫn và đảm bảo nguyên tắc: điểm của mỗi câu làm tròn đến 0,25; điểm của toàn bài là tổng điểm của cả 5 câu và không làm tròn

Câu	Nội dung cần đạt	Điểm
1 (2đ)	a) So sánh hai số sau: 4^{127} và 81^{43} Ta có: $4^{127} = 2^{254} < 2^{255} = (2^3)^{85} = 8^{85}$ Mà $81^{43} = 3^{172} > 3^{170} = 9^{85}$ Do $8^{85} < 9^{85}$ nên $4^{127} < 81^{43}$	0,25 0,5 0,25
	b) $\frac{3}{1} + \frac{3}{3} + \frac{3}{6} + \frac{3}{10} + \dots + \frac{3}{x(x+1):2} = \frac{2015}{336}$ $\frac{6}{2} + \frac{6}{6} + \frac{6}{12} + \frac{6}{20} + \dots + \frac{6}{x(x+1)} = \frac{2015}{336}$ $6(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{x(x+1)}) = \frac{2015}{336}$ $6(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{x} - \frac{1}{(x+1)}) = \frac{2015}{336}$ $1 - \frac{1}{x+1} = \frac{2015}{336} : 6$ $1 - \frac{1}{x+1} = \frac{2015}{2016}$ $\frac{1}{x+1} = 1 - \frac{2015}{2016} = \frac{1}{2016}$ $x = 2015$ Vậy $x = 2015$	0,25 0,25 0,25 0,25
	Cho phân số $A = \frac{6n+1}{4n+3}$ (với n nguyên). a) Tìm giá trị n nguyên âm để A có giá trị là số nguyên Với n nguyên giả sử A nguyên thì $\frac{6n+1}{4n+3}$ (1) $\Rightarrow 12n+2:4n+3$ Mặt khác ta có $\frac{4n+3}{4n+3}$ với mọi n nguyên (2) $\Rightarrow 12n+9:4n+3$	0,25

0,25

	<table><tr><td>2y</td><td>-2</td><td>-4</td><td>0</td><td>-6</td></tr><tr><td>y</td><td>-1</td><td>-2</td><td>0</td><td>-3</td></tr><tr><td>3x</td><td>62</td><td>-34</td><td>30</td><td>-2</td></tr><tr><td>x</td><td>Loại</td><td>Loại</td><td>10</td><td>Loại</td></tr></table>	2y	-2	-4	0	-6	y	-1	-2	0	-3	3x	62	-34	30	-2	x	Loại	Loại	10	Loại	0,25 0,25
2y	-2	-4	0	-6																		
y	-1	-2	0	-3																		
3x	62	-34	30	-2																		
x	Loại	Loại	10	Loại																		
Vậy (x, y) = (10; 0).																						
b) Cho phép toán * thỏa mãn: với hai số tự nhiên a và b ta có: $a*b = 3a + b^a$ Tìm các số nguyên tố x, y sao cho $2*x + y*4 - 8$ cũng là số nguyên tố Theo bài ra ta có: $2*x + y*4 - 8 = 6+x^2 + 3y + 4^y - 8$ $= x^2 + 3y + 4^y - 2$ là số nguyên tố Do x, y là các số nguyên tố nên $x \geq 2; y \geq 2$ suy ra $A= x^2 + 3y + 4^y - 2 \geq 3$ Nếu x và y cùng tính chẵn lẻ thì $x^2 + 3y$ là số chẵn nên $A= x^2 + 3y + 4^y - 2$ là số chẵn , mà $A>2$ nên A là hợp số (vô lý) Do đó x chẵn hoặc y chẵn, mà x, y là các số nguyên tố nên $x = 2$ hoặc $y = 2$. Nếu $x = 2$ ta có: $A = 3y + 4^y +2$ Do 4^y chia 3 luôn dư 1 nên $3y + 4^y +2$ chia hết cho 3 mà $3y + 4^y +2 > 3$ nên A là hợp số (vô lý) Nếu $y = 2$ thì $A = x^2 + 20$. Nếu x không chia hết cho 3 thì x^2 chia 3 dư 1 nên $x^2 + 20$ chia hết cho 3 nên A là hợp số (vô lý) Do đó x chia hết cho 3 mà x là số nguyên tố nên $x = 3$ Thử lại với $x = 3; y = 2$ thì $A= x^2 + 3y + 4^y - 2 = 29$ (là số nguyên tố) Vậy $x = 3$ và $y = 2$			0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25																			

		
4 (2,5)	Cho 3 điểm B, C, D nằm trên đường thẳng xy (C nằm giữa B và D) và điểm A nằm ngoài xy sao cho $\angle BAC = 50^\circ$; $\angle CAD = 65^\circ$. Kẻ tia Az là tia phân giác của góc BAC cắt xy tại điểm E. a) Tính số đo góc EAD và cho biết góc EAD là góc gì? Theo bài ra AE là tia phân giác của góc BAC nên $\angle BAE = \angle EAC = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \cdot 50^\circ = 25^\circ$ Vì điểm C nằm giữa B và D nên tia AC nằm giữa hai tia AB và AD Lại có AE là tia phân giác của góc BAC nên tia AB và tia AE nằm trên cùng nửa mặt phẳng bờ là AC Từ đó suy ra tia AC nằm giữa hai tia AE và AD $\angle DAE = \angle EAC + \angle DAC = 25^\circ + 65^\circ = 90^\circ$ Vậy góc EAD = 90° và là góc vuông	0,25 0,25 0,25 0,25
	b, Từ điểm A vẽ thêm 50 tia phân biệt không đi qua B, C, D, E. Hỏi có bao nhiêu góc đỉnh A được tạo thành. Từ điểm A vẽ thêm 50 tia phân biệt không đi qua B, C, D, E Ta có số tia gốc A là: $50 + 4 = 54$ (tia) Từ 1 tia tạo với 53 tia còn lại được 53 góc đỉnh A. Làm tương tự như vậy với 54 tia ta được số góc: $53 \cdot 54 = 2862$ (góc) Nhưng như vậy mỗi góc được tính làm hai lần nên có số góc thực tế tại đỉnh A là: $2862 : 2 = 1431$ (góc)	0,25 0,5
	c, Trên tia BA lấy thêm 3 điểm phân biệt M, N, P không trùng với B và A. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh là 3 trong 8 đỉnh A, B, C, D, E, M, N, P? Trên tia BA có 5 điểm nên có 10 đoạn thẳng, Từ mỗi điểm E, C, D nối với hai đầu mút mỗi đoạn thẳng ta được một tam giác nên sẽ có 30 tam giác Trên tia BE có 4 điểm nên có 6 đoạn thẳng, Từ mỗi điểm A, M, N, P nối với hai đầu mút mỗi đoạn thẳng ta được một tam giác nên sẽ có 24 tam giác	0,25

	Nhưng mỗi tam giác có một đỉnh là điểm B được lặp lại hai lần và số tam giác có một đỉnh là B là: $3.4 = 12$ (tam giác) Vậy số tam giác mà các đỉnh là 3 trong tám đỉnh A, B, C, D, E, M, N, P Là: $30 + 24 - 12 = 42$ (tam giác)	0,25 0,25
5 (1,5)	<i>Một quả bóng đá được khâu từ 32 miếng da. Mỗi miếng ngũ giác màu đen khâu với 5 miếng màu trắng, và mỗi miếng màu trắng khâu với 3 miếng màu đen, như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu miếng màu trắng?</i> Ta gọi số miếng trắng là x (x là số tự nhiên, $x < 32$) gọi số miếng đen là y (y là số tự nhiên, $x < 32$) Vì tổng có 32 miếng nên ta có $x + y = 32$ Ta xét các đoạn thẳng là các cạnh của ngũ giác và lục giác. Ta tính tổng số đoạn thẳng theo hai cách: Có x miếng trắng và mỗi miếng có 6 đoạn thẳng, nhưng trong đó mỗi miếng có 3 đoạn thẳng mà được lặp hai lần nên số đoạn thẳng có là: $6x - 3x:2 = 9x:2$ Có y miếng đen và mỗi miếng có 5 đoạn thẳng, nhưng trong đó mỗi đoạn thẳng mà nối hai đỉnh gần nhất của hai ngũ giác được lặp hai lần nên số đoạn thẳng có là: $5y + 5y:2 = 15y:2$ Từ đó ta có $3x = 5y$ Mà $5x + 5y = 160$ nên $8x = 160$ nên $x = 20$ Vậy có 20 miếng da màu trắng	0,25 0,25 0,25 0,25