

HÒNG GD&ĐT TÂN KỲ ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
DỰ THI CẤP TỈNH, NĂM HỌC 2022-2023

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề gồm 01 trang)

Môn: Toán học

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 25/10/2022.

Câu 1. (4,0 điểm): Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2+5\sqrt{x}}{4-x}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4$

a) Rút gọn A.

b) Tìm giá trị của x để A có giá trị nguyên.

Câu 2. (4,0 điểm):

a) Cho $a+b+c=0$ và a, b, c đều khác 0. Rút gọn biểu thức:

$$A = \frac{ab}{a^2 + b^2 - c^2} + \frac{bc}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{ca}{c^2 + a^2 - b^2}$$

b) Giải các phương trình sau: $\sqrt{x+3} + 4\sqrt{x} - 2x = 6 - \sqrt{5-x}$

Câu 3. (3,0 điểm)

a) Chứng minh rằng với mọi số nguyên n thì $n^3 + 3n^2 + 2018n$ chia hết cho 6

b) Cho x, y là các số nguyên thỏa mãn $2x^2 + x = 3y^2 + y$.

Chứng minh $x-y$; $2x+2y+1$ và $3x+3y+1$ đều là các số chính phương.

c) Tìm nghiệm nguyên của phương trình sau:

$$(2x + 5y + 1)(2^{|x|} + x^2 + x + y) = 105$$

Câu 4. (8,0 điểm): Cho hình vuông ABCD. Điểm M thuộc cạnh AC, kẻ MH vuông góc với AB ($H \in AB$), Kẻ MK vuông góc với BC ($K \in BC$). O là trung điểm của AM.

a) Chứng minh: $\Delta HBO \sim \Delta MCH$

b) Chứng minh: $\frac{BO}{CH} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) Xác định vị trí của M trên AC để diện tích ΔDHK đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 5. (1,0 điểm) Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $(x+1)(y+1) = 4xy$.

Chứng minh rằng: $\frac{1}{\sqrt{3x^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{3y^2+1}} \leq 1$

.....Hết.....

Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
Giám thị không giải thích gì thêm.