

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1. (6,0 điểm).

1) Cho $x > \sqrt{3}$ thỏa mãn: $x + \frac{3}{x} = 5$. Tính giá trị các biểu thức

$$A = x^2 + \frac{9}{x^2}; B = x^3 + \frac{27}{x^3}; C = x - \frac{3}{x}$$

2) a. Cho 3 số thực a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 0$.

$$\text{Chứng minh rằng } a^5 + b^5 + c^5 = \frac{5}{2}abc(a^2 + b^2 + c^2)$$

b. Tìm số thực x thỏa mãn $(3x - 2)^5 + (5 - x)^5 + (-2x - 3)^5 = 0$

Bài 2. (3,5 điểm).

1) Cho hai số thực phân biệt x, y thỏa mãn $x^3 + y^3 = 8 - 6xy$. Tính $x + y$.

2) Tìm x, y nguyên thỏa mãn: $2x^2 - 8x = 13 - 3y^2$

Bài 3. (1,5 điểm). Xác định số tự nhiên n sao cho $n+1$, $4n^2 + 8n + 5$ và $6n^2 + 12n + 7$ đồng thời là số nguyên tố

Bài 4. (7,0 điểm)

1) Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , M là điểm tùy ý trên đường chéo BD . Kẻ $ME \perp AB, MF \perp AD$

a. Chứng minh ba đường thẳng DE, BF, CM đồng quy

b. Xác định vị trí của điểm M để diện tích tứ giác $AEMF$ lớn nhất

2) Cho bốn điểm A, B, E, H thẳng hàng theo thứ tự đó, $AB = 2cm, EH = 3cm$. Vẽ về một phía của AH các hình vuông $ABCD, BEFG, EHIK$ thì D, G, K thẳng hàng. Tính diện tích hình vuông $BEFG$.

Bài 5. (2,0 điểm).

1) Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = ab + 2bc + 3ca$$

2) Trong một tam giác đều cạnh 1, ta đặt 17 điểm. Chứng minh rằng, tồn tại hai điểm mà khoảng cách giữa chúng nhỏ hơn $\frac{1}{4}$

----- Hết -----