

Bài 1 (4 điểm) : Thực hiện phép tính

$$a/ A = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}}$$

$$b/ B = \frac{2^{12} \cdot 3^5 - 4^6 \cdot 9^2}{(2^2 \cdot 3)^6 + 8^4 \cdot 3^5} + \frac{5^{10} \cdot 7^3 - 25^5 \cdot 49^2}{(125 \cdot 7)^3 + 5^9 \cdot 14^3}$$

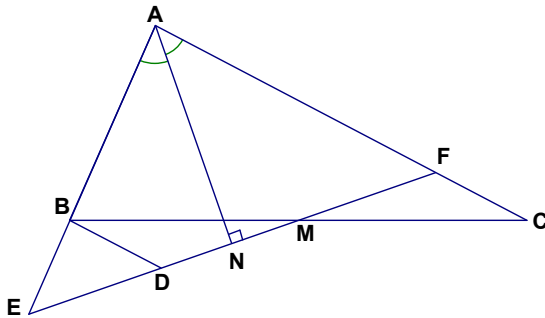
Bài 2 (5 điểm) :a/ Chứng minh rằng: $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10 với mọi số nguyên dương n.b/ Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $A = |2014 - x| + |2015 - x| + |2016 - x|$ c/ Tìm x, y thuộc Z biết : $25 - y^2 = 8(x - 2015)^2$ **Bài 3** (4 điểm) :a/ Cho $\frac{x+16}{9} = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25}$ và $4x^3 - 3 = 29$. Tính: $x - 2y + 3z$ b/ Cho $f(x) = ax^3 + 4x(x^2 - 1) + 8$ và $g(x) = x^3 + 4x(bx + 1) + c - 3$ trong đó a, b, c là hằng số. Xác định a, b, c để $f(x) = g(x)$.**Bài 4** (5 điểm) : Cho tam giác ABC có ($AB < AC$). Gọi M là trung điểm của BC. Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với tia phân giác của góc BAC tại N, cắt tia AB tại E và cắt tia AC tại F. Chứng minh rằng :a/ $BE = CF$ b/ $AE = \frac{AB + AC}{2}$ **Bài 5** (2 điểm) : Cho tam giác ABC có góc B bằng 45° , góc C bằng 120° . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho $CD = 2CB$. Tính góc ADB.

----- Hết -----

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Nội dung	Điểm
Bài 1		4điểm
a/	$A = \frac{155 - \frac{10}{7} - \frac{5}{11} + \frac{5}{23}}{403 - \frac{26}{7} - \frac{13}{11} + \frac{13}{23}} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - 0,9}{\frac{7}{91} + 0,2 - \frac{3}{10}} = \frac{5\left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right)}{13\left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right)} + \frac{\frac{3}{5} + \frac{3}{13} - \frac{9}{10}}{\frac{1}{13} + \frac{1}{5} - \frac{3}{10}}$ $= \frac{5\left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right)}{13\left(31 - \frac{2}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{23}\right)} + \frac{3\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10}\right)}{\frac{1}{5} + \frac{1}{13} - \frac{3}{10}}$ $= \frac{5}{13} + 3 = 3\frac{5}{13}$	0,5đ 1,0đ 0,5đ
b/	$B = \frac{2^{12}.3^5 - 4^6.9^2}{(2^2.3)^6 + 8^4.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 25^5.49^2}{(125.7)^3 + 5^9.14^3} = \frac{2^{12}.3^5 - 2^{12}.3^4}{2^{12}.3^6 + 2^{12}.3^5} - \frac{5^{10}.7^3 - 5^{10}.7^4}{5^9.7^3 + 5^9.7^3.2^3}$ $= \frac{2^{12}.3^4(3-1)}{2^{12}.3^5(3+1)} - \frac{5^{10}.7^3(1-7)}{5^9.7^3(1+2^3)}$ $= \frac{2}{3.4} - \frac{5.(-6)}{9} = \frac{1}{6} + \frac{10}{3} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$	1,0đ 0,5đ 0,5đ
Bài 2		5điểm
a/	Ta có : $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n = 3^n.9 - 2^n.4 + 3^n - 2^n$ $= 3^n.10 - 2^n.5 = 3^n.10 - 2^{n-1}.10$ $= 10(3^n - 2^{n-1}) : 10$ Vậy $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10 với mọi số nguyên dương n.	0,5đ 0,5đ 0,5đ
b/	Vì $2015 - x \geq 0$ nên : $A = 2014 - x + 2015 - x + 2016 - x \geq 2014 - x + 2016 - x$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = 2015$ (1) Ta có : $2014 - x + 2016 - x = x - 2014 + 2016 - x \geq x - 2014 + 2016 - x = 2$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $(x - 2014)(2016 - x) \geq 0$, suy ra : $2014 \leq x \leq 2016$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $A \geq 2$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = 2015$. Vậy A nhỏ nhất bằng 2 khi $x = 2015$.	0,75đ 0,75đ 0,5đ
c/	Ta có : $25 - y^2 \leq 25 \Rightarrow 8(x - 2015)^2 \leq 25 \Rightarrow (x - 2015)^2 < 4$. Do x nguyên nên $(x - 2015)^2$ là số chính phương. Có 2 trường hợp xảy ra : TH 1 : $(x - 2015)^2 = 0 \Rightarrow x = 2015$, khi đó $y = 5$ hoặc $y = -5$. TH 2 : $(x - 2015)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 2015 = 1 \\ x - 2015 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2016 \\ x = 2014 \end{cases}$ Với $x = 2016$ hoặc $x = 2014$ thì $y^2 = 17$ (loại) Vậy $x = 2015$, $y = 5$ và $x = 2015$, $y = -5$	0,5đ 0,5đ 0,5đ
Bài 3		4điểm
a/	Ta có : $4x^3 - 3 = 29 \Rightarrow 4x^3 = 32 \Rightarrow x^3 = 8 \Rightarrow x = 2$.	0,5đ

	Thay vào tỷ lệ thức ta được : $\frac{2+16}{9} = \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25} \Rightarrow \frac{y-25}{-16} = \frac{z+49}{25} = 2$ $\Rightarrow y = -7, z = 1$. Vậy $x - 2y + 3z = 2 - 2.(-7) + 3.1 = 19$	0,5đ 0,5đ 0,5đ
b/	Ta có : $f(x) = ax^3 + 4x(x^2 - 1) + 8 = ax^3 + 4x^3 - 4x + 8 = (a + 4)x^3 - 4x + 8$ $g(x) = x^3 - 4x(bx + 1) + c - 3 = x^3 - 4bx^2 - 4x + c - 3$ Do $f(x) = g(x)$ nên chọn x bằng 0; 1; -1 ta được: $f(0) = g(0) \Rightarrow 8 = c - 3 \Rightarrow c = 11 \Rightarrow g(x) = x^3 - 4bx^2 - 4x + 8$ $f(1) = g(1) \Rightarrow a + 4 - 4 + 8 = 1 - 4b - 4 + 8 \Rightarrow a + 4b = -3$ (1) $f(-1) = g(-1) \Rightarrow -a - 4 + 4 + 8 = -1 - 4b + 4 + 8 \Rightarrow -a + 4b = 3$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $b = 0$; $a = -3$. Vậy $a = -3$, $b = 0$; $c = 11$	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
Bài 4		5điểm
		
a/	Qua B kẻ đường thẳng song song với AC, cắt EF tại D. Xét $\triangle MBD$ và $\triangle MCF$ có : $\widehat{DBM} = \widehat{FCM}$ (so le trong) $MB = MC$ (giả thiết) ; $\widehat{BMD} = \widehat{CMF}$ (đối đỉnh) Do đó: $\triangle MBD = \triangle MCF$ (c.g.c) suy ra $BD = CF$ (1) Mặt khác : $\triangle AEF$ có AN vừa là đường cao, vừa là đường phân giác nên cân tại A, suy ra $\widehat{E} = \widehat{MFA}$. Mà $\widehat{BDE} = \widehat{MFA}$ (đồng vị) nên $\widehat{BDE} = \widehat{E}$ Do đó: $\triangle BDE$ cân tại B, suy ra $BD = BE$ (2). Từ (1) và (2) suy ra : $BE = CF$ (đpcm)	0,5đ 0,75đ 0,75đ 0,5đ 0,5đ
b/	Tam giác AEF cân tại A suy ra $AE = AF$ Ta có: $2AE = AE + AF = (AB + BD) + (AC - CF)$ $= (AB + AC) + (BD - CF) = AB + AC$ (do $BE = CF$) Vậy $AE = \frac{AB + AC}{2}$ (đpcm)	0,5đ 0,5đ 0,5đ 0,5đ
Bài 5		2điểm
	Trên CA lấy điểm E sao cho $\widehat{EBA} = 15^\circ \Rightarrow \widehat{B_1} = 30^\circ$ Ta có : $\widehat{E_1} = \widehat{A_1} + \widehat{EBA} = 30^\circ$, do đó $\triangle CBE$ cân tại C $\Rightarrow CB = CE$ Gọi F là trung điểm CD $\Rightarrow CB = CE = CF = FD$ Tam giác CEF cân tại C, lại có $\widehat{C_1} = 180^\circ - \widehat{BCA} = 60^\circ$ nên là tam giác đều. Như vậy : $CB = CE = CF = FD = EF$. Suy ra $\widehat{D_1} = \widehat{E_3}$ mà $\widehat{D_1} + \widehat{E_3} = \widehat{F_2} = 60^\circ$ ($\triangle CEF$ đều) $\Rightarrow \widehat{D_1} = 30^\circ$ Xét tam giác CDE ta có: $\widehat{CED} = 180^\circ - (\widehat{C_1} + \widehat{D_1}) = 90^\circ$ (1) Ta có : $\widehat{D_1} = \widehat{B_1} \Rightarrow EB = ED$, $\widehat{A_1} = \widehat{EBA} \Rightarrow EA = EB \Rightarrow ED = EA$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ Tam giác EDA vuông cân tại E $\Rightarrow \widehat{D_2} = 45^\circ$	0,5đ 0,5đ 0,5đ

	Vậy $\widehat{ADB} = \widehat{D}_1 + \widehat{D}_2 = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$	0,5đ

Chú ý:

- Bài hình nếu học sinh không vẽ hình hoặc vẽ sai cơ bản thì không chấm điểm.
- Nếu học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.