SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**
TỈNH NINH BÌNH	**NĂM HỌC 2024 – 2025**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	**Bài thi môn chuyên: TOÁN – Ngày thi: 03/6/2024**
(Đề thi gồm 05 câu, trong 01 trang)	*Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)*

Câu 1 (2,0 điểm).

1. Cho hai số thực a, b thỏa mãn điều kiện $ab = 1$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{a^2(a^2+1)+b^2(b^2+1)}{(a+b)^4} + \frac{3}{(a+b)^2}.$$

2. Giải phương trình $\sqrt{5x^2+25x+16} - 5\sqrt{x} = \sqrt{x^2+2x-8}$.

Câu 2 (2,0 điểm).

1. Cho số thực a thoả mãn $3a^3 + 6a = 2024$. Tính giá trị của biểu thức

$$A = \left(3a^5 + 6a^4 - 2012a^2 - 4060a + 4047\right)^{2024}.$$

2. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + xz = xyz$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$B = \frac{x+yz}{x(y+z)} + \frac{y+zx}{y(z+x)} + \frac{z+xy}{z(x+y)}.$$

Câu 3 (1,5 điểm).

1. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(x; y)$ thoả mãn $x^2 + y + 3 = (y^2-1)^2$.

2. Cho a, b là hai số nguyên dương thoả mãn $a^2 + ab + b$ chia hết cho $ab + 1$. Chứng minh rằng tồn tại số tự nhiên c sao cho $a + b + c + abc$ là một số chính phương.

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC ($AB < AC$) nhọn, không cân, nội tiếp đường tròn tâm O. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC và M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Các đường thẳng BH, CH theo thứ tự cắt đường thẳng AO tại E, F. Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF.

a) Chứng minh rằng tam giác ABC đồng dạng với tam giác HEF.

b) Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt đường thẳng BC tại S. Chứng minh rằng $\dfrac{AB}{HE} = \dfrac{SB}{AE}$ và ba điểm A, I, M thẳng hàng.

c) Tia MO cắt đường tròn (O) tại điểm D. Đường thẳng qua O song song với AD cắt đường thẳng HD tại điểm G. Chứng minh bốn điểm B, G, O, C cùng thuộc một đường tròn.

Câu 5 (1,5 điểm). Một giải bóng đá có n đội tham dự ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$). Các đội đá theo thể thức vòng tròn một lượt tính điểm (hai đội bất kì sẽ gặp nhau đúng 1 lần). Cách tính điểm như sau: Mỗi trận đấu, nếu hoà thì mỗi đội được 1 điểm; nếu không hoà, đội thắng được 3 điểm, đội thua được 0 điểm. Điểm xếp hạng của mỗi đội là tổng số điểm mà đội ấy đạt được sau khi thi đấu tất cả các trận. Kết thúc giải đấu, các đội được xếp hạng theo điểm xếp hạng từ cao xuống thấp, các đội có điểm xếp hạng bằng nhau được xếp cùng một hạng (biết rằng không xảy ra trường hợp cả n đội được xếp cùng một hạng).

a) Với số tự nhiên p ($p \leq 3n - 3$), người ta đếm được k đội ($k \in \mathbb{N}^*$) có điểm xếp hạng từ p điểm trở lên. Chứng minh rằng tổng điểm xếp hạng của k đội này không vượt quá $\dfrac{3k(2n-k-1)}{2}$.

b) Xét số điểm chênh lệch nhỏ nhất của hai đội xếp hạng liền nhau. Hỏi số điểm này tối đa có thể bằng bao nhiêu?

———HẾT———