

I. PHẦN GHI KẾT QUẢ (thí sinh chỉ cần ghi kết quả vào tờ giấy thi)

Câu 1. Giải vô địch bóng đá quốc gia Việt Nam 2016-2017 có 14 đội tham gia. Mỗi đội phải thi đấu với các đội còn lại 1 trận ở sân nhà và một trận ở sân khách. Kết thúc mùa giải có tất cả bao nhiêu trận đấu?

Câu 2. Trong 1 hộp có 60 viên bi màu, gồm 25 bi màu đỏ, 20 bi màu xanh, và 15 bi màu vàng. Cần lấy ra ít nhất là bao nhiêu viên bi (mà không cần nhìn vào hộp) để có 3 viên bi khác màu?

Câu 3. Tìm tập nghiệm nguyên $(x; y)$ của phương trình: $x^3 + y^3 = x + y + 2017$

Câu 4. Cho các số thực $a; b; c$ đôi một khác nhau. Tính giá trị của biểu thức sau:

$$P = \frac{ab(a-b) + ac(c-a) + bc(b-c)}{(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3}$$

Câu 5. Tìm số hạng thứ 8 của dãy số: 1; 2; 5; 10; 17;....

Câu 6. Tìm nghiệm nguyên dương $(x; y)$ của phương trình: $4(x + y) = xy + 11$

Câu 7. Tìm tập nghiệm của phương trình: $x^2 - x = 2016.2017$

Câu 8. Cho dãy số $a_n = \frac{3n^2 + 3n + 1}{(n^2 + n)^3}$ với mọi $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$. Tính $S = a_1 + a_2 + \dots + a_{2015} + a_{2016}$?

Câu 9. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$). Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Qua O vẽ đường thẳng song song với AB cắt AD và BC theo thứ tự ở M và N. Biết $AB = 6\text{cm}$, $CD = 10\text{cm}$. Tính độ dài đoạn thẳng MN

Câu 10. Cho tam giác đều ABC. Gọi D là trung điểm của cạnh BC. Trên các cạnh AB, AC thứ tự lấy các điểm M, N sao cho góc MDN bằng 60° . Tính tỉ số $\frac{BM \cdot CN}{AB^2}$

II. PHẦN TỰ LUẬN (thí sinh trình bày lời giải vào tờ giấy thi)

Câu 11: a) Giải phương trình: $(\frac{1}{1.101} + \frac{1}{2.102} + \dots + \frac{1}{10.110}).x = \frac{1}{1.11} + \frac{1}{2.12} + \dots + \frac{1}{100.110}$

b) Cho 3 số thực $x; y; z$ thỏa mãn đồng thời: $x + y + z = 6$; $(x-1)^3 + (y-2)^3 + (z-3)^3 = 0$

Tính giá trị của biểu thức: $P = (x-1)^{2017} + (y-2)^{2017} + (z-3)^{2017}$

Câu 12. Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn. Gọi D, E thứ tự là chân các đường cao hạ từ các đỉnh B, C của tam giác ABC.

a) Chứng minh tam giác ADE đồng dạng với tam giác ABC.

b) Chứng minh rằng: $BE \cdot AB + CD \cdot AC = BC^2$

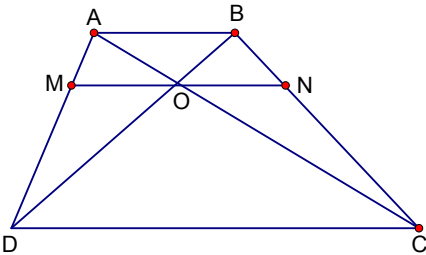
Câu 13. Ký hiệu $S(a)$ là tổng các chữ số của số tự nhiên a . Tìm a , biết: $S(a-5) + a = 122$

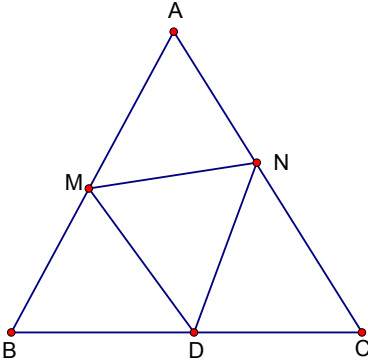
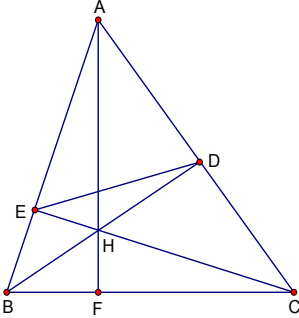
Câu 14. Cho một lưới ô vuông có kích thước 5×5 ô. Người ta điền vào mỗi ô của lưới một trong các số -1; 0; 1. Xét tổng của các số theo từng cột, theo từng hàng và theo từng hàng chéo. Chứng minh rằng trong tất cả các tổng đó luôn tồn tại hai tổng có giá trị bằng nhau.

-----Hết-----

Lưu ý: Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

SƠ LƯỢC GIẢI
ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN
MÔN: TOÁN LỚP 8

Câu	Đáp án
Câu 1	Đáp số: 182 trận
Câu 2	Đáp số: 46 viên bi
Câu 3	Đáp số: $S = \Phi$ $x^3 + y^3 = x + y + 2017 \Leftrightarrow x^3 - x + y^3 - y = 2017$ $\Leftrightarrow (x-1)x(x+1) + (y-1)y(y+1) = 2017 \quad (1)$ Vô lý, vì PT (1) có vế trái chia hết cho 3, còn vế phải không chia hết cho 3.
Câu 4	Đáp số: $P = -\frac{1}{3}$
Câu 5	Đáp số: 50 Ta có: $a_{n+1} = n^2 + 1 \quad (n = 0; 1; 2; 3; \dots)$
Câu 6	Đáp số: $(x, y) = (9; 5); (5; 9)$
Câu 7	Đáp số: $S = \{-2016; 2017\}$ $x^2 - x = 2016.2017 \Leftrightarrow (x-2016)(x-2017) = 0$
Câu 8	Đáp số: $1 - \frac{1}{2017^3}$ Ta có: $a_n = \frac{1}{n^3} - \frac{1}{(n+1)^3}$
Câu 9	Đáp số: 7,5 cm Ta có: $\frac{OM}{AB} = \frac{OD}{BD} = \frac{NC}{BC} = \frac{ON}{AB} \Rightarrow OM = ON = \frac{MN}{2}$ $\frac{OM}{AB} = \frac{OD}{BD}; \frac{ON}{CD} = \frac{OB}{BD} \Rightarrow \frac{OM}{AB} + \frac{ON}{CD} = 1$ $\Rightarrow \frac{2}{MN} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{CD}$ $\Rightarrow MN = \frac{2AB \cdot CD}{AB + CD}$ 
Câu 10	Đáp số: $\frac{1}{4}$

	 2 tam giác MBD và DCN đồng dạng (g-g) Suy ra $\frac{BM}{CD} = \frac{BD}{CN} \Rightarrow BM \cdot CN = BD \cdot CD = \frac{BC^2}{4} = \frac{AB^2}{4} \Rightarrow \frac{BM \cdot CN}{AB^2} = \frac{1}{4}$
Câu 11a	Đáp số: x = 10 Đặt: $A = \frac{1}{1 \cdot 101} + \frac{1}{2 \cdot 102} + \dots + \frac{1}{10 \cdot 110} = \frac{1}{100} \left(1 - \frac{1}{101} + \frac{1}{2} - \frac{1}{102} + \dots + \frac{1}{10} - \frac{1}{110} \right)$ $= \frac{1}{100} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{10} - \frac{1}{101} - \frac{1}{102} - \dots - \frac{1}{110} \right)$ $B = \frac{1}{1 \cdot 11} + \frac{1}{2 \cdot 12} + \dots + \frac{1}{100 \cdot 110} = \frac{1}{10} \left(1 - \frac{1}{11} + \frac{1}{2} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{100} - \frac{1}{110} \right)$ $= \frac{1}{10} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{10} - \frac{1}{101} - \frac{1}{102} - \dots - \frac{1}{110} \right)$ Vậy phương trình có nghiệm x = 10
Câu 11b	Chứng minh: Nếu $a + b + c = 0$ thì $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$. Từ giả thiết suy ra: $(x - 1) + (y - 2) + (z - 3) = 0$ (*) nên: $(x-1)^3 + (y-2)^3 + (z-3)^3 = 0 \Leftrightarrow 3(x-1)(y-2)(z-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ y-2=0 \\ z-3=0 \end{cases}$ + Nếu $x - 1 = 0$. Từ (*) $\Rightarrow y - 2 = -(z - 3) \Rightarrow (y - 2)^{2017} + (z - 3)^{2017} = 0$ Suy ra P = 0 + Tương tự cho 2 trường hợp còn lại Vậy: P = 0 Lưu ý: Học sinh có thể nhầm $x = 1, y = 2, z = 3$ rồi thay vào P.
Câu 12	

	a) Tam giác ADB và tam giác AEC đồng dạng vì có: $\angle ADB = \angle AEC = 90^0$, $\angle BAC$ chung. suy ra: $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$. Hai tam giác ADE và ABC đồng dạng vì: $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, $\angle BAC$ chung. b) Gọi H là trực tâm và AF là đường cao còn lại, ta có: Tam giác ABF và tam giác CBE đồng dạng vì có góc ABC chung, $\angle AFB = \angle CEB = 90^0$, suy ra: $\frac{BF}{BE} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow BE \cdot AB = BF \cdot BC$ (1) Tương tự, tam giác AFC và tam giác BDC đồng dạng, suy ra: $\frac{CF}{CD} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow CD \cdot AC = CF \cdot BC$ (2) Từ (1) và (2) suy ra: $BE \cdot AB + CD \cdot AC = BC(BF + CF) = BC^2$.
Câu 13	Từ $S(a-5) + a = 122$, suy ra $a < 122$, tức là số a có 2 hoặc 3 chữ số Nếu a có 2 chữ số thì $a \leq 99$; $S(a-5) < 18 \rightarrow S(a-5) + a \leq 107$, suy ra a có 3 chữ số Đặt $a = \overline{mnq}$, vì $a < 122 \Rightarrow m=1$ và $n=0, 1, 2$ tức là $a = \overline{10q}$; $\overline{11q}$; $\overline{12q}$ * Với $a = \overline{10q}$ - Nếu $q \geq 5 \rightarrow S(a-5) = S(\overline{10q-5}) \leq 5 \rightarrow S(a-5) + a < 122$ (loại) - Nếu $q \leq 4$ thì $S(\overline{10q-5}) + \overline{10q} = 122 \Leftrightarrow 9 + (10+q) - 5 + 100 + q = 122 \Leftrightarrow q = 4$ (TM) * Với $a = \overline{11q}$ - Nếu $q \geq 5 \rightarrow S(\overline{11q-5}) + \overline{11q} = 122 \Leftrightarrow 1+1+(q-5)+110+q = 122 \Leftrightarrow 2q = 15$ (loại) - Nếu $q \leq 4$ thì $S(\overline{11q-5}) + \overline{11q} = 122 \Leftrightarrow 1+0+(10+q)-5+110+q = 122 \Leftrightarrow q = 3$ (TM) * Với $a = \overline{12q}$ - Nếu $q \geq 5 \rightarrow a = \overline{12q} > 122$ (loại) - Nếu $q \leq 4$ thì $S(\overline{12q-5}) + \overline{12q} = 122 \Leftrightarrow 1+1+(10+q)-5+120+q = 122 \Leftrightarrow 2q = -5$ (loại) Vậy $a = 104; 113$.
Câu 14	Lưới ô vuông kích thước 5×5 ô có 5 hàng ngang, 5 cột dọc và 2 đường chéo (theo các ô), nên có 12 tổng. Do các số được điền vào ô là một trong các số: $-1; 0; 1$ nên giá trị mỗi tổng thuộc tập hợp $\{-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Như vậy, có 12 tổng là các số nguyên, nhưng nhận nhiều nhất 11 giá trị khác nhau, nên có ít nhất hai tổng nhận cùng một giá trị (đpcm).
	Tổng

----- Hết -----