

(Đề thi có 01 trang, gồm 5 câu)

Câu 1: (4,0 điểm) Cho biểu thức $A = \left[\frac{x-1}{x(x-2)} + \frac{x+1}{x(x+2)} - \frac{4}{x(x^2-4)} \right] \cdot \frac{x(x^2+2)}{x^2+1}$

1) Rút gọn biểu thức A.

2) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

Câu 2: (4,0 điểm)

1) Giải phương trình sau: $x(x+2)^2 = \frac{45}{x+4}$

2) Cho $a+b=1$ và $ab \neq 0$. Chứng minh: $\frac{a}{b^3-1} + \frac{b}{a^3-1} = \frac{2(ab-2)}{a^2b^2+3}$

Câu 3: (4,0 điểm)

1) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2y^2 = 4x^2y - y^3 - 4x^2 + 3y^2 - 1$

2) Cho số tự nhiên $n \geq 2$ và số nguyên tố p thỏa mãn $p-1$ chia hết cho n đồng thời n^3-1 chia hết cho p . Chứng minh rằng: $n+p$ là một số chính phương

Câu 4: (6,0 điểm) Cho hình vuông ABCD cạnh a . Trên cạnh BC lấy điểm M (khác B, C), qua điểm A kẻ tia Ax vuông góc với AM cắt tia CD tại điểm F.

1) Chứng minh rằng: $AM = AF$.

2) Trên cạnh CD lấy điểm N sao cho $\widehat{MAN} = 45^\circ$, gọi giao điểm của AM, AN với BD lần lượt tại Q và P; gọi I là giao điểm của MP và NQ. Chứng minh: $AI \perp MN$ tại H.

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác AMN khi M, N thay đổi.

Câu 5: (2,0 điểm) Cho a, b, c là ba cạnh của tam giác.

Chứng minh: $\frac{ab}{a+b-c} + \frac{bc}{-a+b+c} + \frac{ac}{a-b+c} \geq a+b+c$

Hết